

Управление образования Администрации города Усть-Илимска  
Муниципальное автономное образовательное учреждение  
дополнительного образования «Центр детского творчества»

РАССМОТРЕНА  
на заседании методического совета  
протокол № 01 от 14.01.2019 г.

УТВЕРЖДЕНА  
приказом МАОУ ДО ЦДТ  
от 14.01.2019 № 005

**Дополнительная общеразвивающая программа  
«Математическая мастерская»**

Возраст учащихся – 12-17 лет  
Срок реализации – 3 года

**Автор программы:**  
Копылова Е.В., заместитель директора  
по научно-методической работе,  
МАОУ ДО ЦДТ

## Пояснительная записка

**Актуальность.** Формирование культуры мышления актуально во все времена. Культура мышления относится к комплексу факторов, определяющих оптимальную жизнеспособность человека. Критическое мышление, в первую очередь зависит от развития логики и мыслительных операций. И здесь требуется устойчивое владение определенным математическим аппаратом, базовыми основами математики. Чем раньше учащиеся увлекутся математикой, тем проще им будет осваивать этот предмет углубленно. Поддержанию устойчивого интереса к занятиям математики помогает творческий подход, основанный на решении нестандартных задач, освоении разнообразных математических методов и теорий. Для этого составлена дополнительная общеразвивающая программа «Математическая мастерская» (далее – программа «Математическая мастерская»). Программа «Математическая мастерская» актуальна для учащихся, которые хотят заниматься математикой вне школьной программы. Навыки творческого логического мышления, приобретаемые учащимися в ходе обучения по данной программе, являются универсальными, метапредметными и личностными.

**Педагогическая целесообразность.** Программа «Математическая мастерская» посвящена одной из самых трудных для учащихся тем – решению текстовых задач. Текстовые задачи являются важным средством обучения математике, что и определяет педагогическую целесообразность программы «Математическая мастерская». Умение решать ту или иную задачу зависит от многих факторов. Однако, прежде всего, необходимо научиться различать основные типы задач и уметь решать простейшие из них. В связи с этим целесообразно рассмотреть типовые задачи и их решения различными методами (с помощью уравнений, с помощью систем уравнений, логически и т. д.). С помощью текстовых задач учащиеся получают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязи между ними, получают опыт применения математики к решению практических задач. Использование арифметических способов решения задач развивает смекалку и сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть развивает естественный язык, готовит школьников к дальнейшему обучению. Арифметические способы решения текстовых задач позволяют развивать умение анализировать задачные ситуации, строить план решения с учетом взаимосвязей между известными и неизвестными величинами, истолковывать результат каждого действия в рамках условия задачи. Решение текстовых задач приучает учащихся к первым абстракциям, позволяют воспитывать логическую культуру, вызывая интерес сначала к процессу поиска решения задачи, а потом и к изучаемому предмету. Текстовые алгебраические задачи представляют собой традиционный раздел элементарной математики. По своему содержанию текстовые задачи, как правило, тесно связаны с практической деятельностью человека и описывают некоторые реальные ситуации.

**Новизна программы.** Программа «Математическая мастерская» составлена на основе «Положения о дополнительной общеразвивающей программе МАОУ ДО ЦДТ» (приказ МАОУ ДО ЦДТ от 25.12.2018 № 497) и методических материалов по математике. Имеет циклическое построение, что предполагает по одинаковым темам ежегодное постепенное расширение, углубление и систематизация знаний, умений и практических навыков. Содержание программы соответствует познавательным возможностям учащихся и предоставляет им возможность работать на уровне повышенных требований, развивая учебную мотивацию. Занятия по программе построены таким образом, чтобы заинтересовать решением логических и математических задач даже тех учащихся, которые недостаточно хорошо владеют математическими навыками, а также привлечение учащихся к участию в математических соревнованиях.

**Цель:** формирование математического мышления у учащихся основного уровня общего образования в интеллектуальной деятельности.

### **Задачи:**

1. Воспитывать ценностное отношение к «Человеку», «Творчеству»: коммуникативные способности учащихся; целеустремленность в достижении творческих результатов; уважительное отношение к окружающим, умение работать самостоятельно и в команде.
2. Расширение кругозора учащихся в различных областях элементарной математики. Закреплять и совершенствовать умения по решению задач.

3. Развивать математический образ мышления: краткость речи и умелое использование символики; развитие логических операций и умений аргументировать, доказывать; правильное применение математической терминологии.

#### **Ожидаемые результаты**

*Учащиеся будут знать* математическую терминологию в рамках изученных тем.

*Учащиеся будут уметь*: строить математические конструкции, рисовать схемы к задачам, применять логические операции при решении задач.

*Учащиеся будут владеть*: отдельными математическими методами решения задач; логическими операциями; навыками самостоятельной работы при решении нестандартных математических задач; навыки математической аргументации

*Учащиеся будут иметь опыт*: использования особых приемов устного счета; решения стандартных и нестандартных задач; исследовательской деятельности; грамотного использования математического языка в устной и письменной речи; поиска, анализа, классификации информации; использования учебной и справочной литературы; опыт работы в команде.

Педагогическая диагностика учащихся проводится в форме входной, промежуточной аттестации и аттестации учащихся по итогам освоения дополнительной общеразвивающей программы.

#### **Содержание педагогической диагностики**

| № п/п | Критерии                          | Формы аттестации        | Год обучения | Периодичность проведения | Механизм отслеживания | Содержание оценки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------|-----------------------------------|-------------------------|--------------|--------------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Предметные знания, умения, навыки | Входная                 | 1            | Второе занятие           | Тест (Приложение 1)   | Критерии оценки ВУ (высокий уровень) – владеет математическими понятиями, с которыми познакомился в течение года; понимает условия задач, последовательно и исчерпывающе отвечает на поставленные вопросы. При решении задачи демонстрирует знание и умение применять изученные методы решения задач. Умеет составить схему для решения задачи с использованием необходимых условных обозначений, оформить решение задачи. При разборе задач умеет выстраивать цепь логических суждений, аргументирования и доказательств, умеет устно четко и последовательно изложить свои рассуждения. СУ (средний уровень) – неуверенно владеет математическими понятиями, с которыми познакомился в течение года. Условия сложных |
|       |                                   | Первая промежуточная    | 1            | Третья декада декабря    | Тест                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|       |                                   | Вторая промежуточная    | 1            | Третья декада мая        | Тест                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|       |                                   | Третья промежуточная    | 2            | Третья декада декабря    | Тест                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|       |                                   | Четвертая промежуточная | 2            | Третья декада мая        | Тест                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|       |                                   | Пятая промежуточная     | 3            | Третья декада декабря    | Тест                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|       |                                   | Итоговая                | 3            | Третья декада мая        | Тест                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

|  |  |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--|--|--|--|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |  | <p>задач вызывают затруднения в понимании, последовательно отвечает на поставленные вопросы с небольшими неточностями. При решении задачи демонстрирует знание большей части изученных методов решения задач, испытывает затруднения в умении применять их при решении сложных задач. Умеет составить схему для решения задачи с использованием необходимых условных обозначений, оформить решение задачи, допуская небольшие неточности.</p> <p>При разборе задач умеет выстраивать цепь логических суждений, аргументирования и доказательств с небольшими неточностями, неуверенно и не всегда четко и последовательно может изложить свои рассуждения.</p> <p>НУ (низкий уровень) – владеет частью математических понятий, с которыми познакомился в течение года; понимает условия несложных задач, отвечает на часть поставленных вопросов, допуская неточности.</p> <p>При решении задачи демонстрирует фрагментарное знание изученных методов решения задач, умение применять их к несложным задачам.</p> <p>Испытывает затруднения при составлении схемы для решения задачи с использованием необходимых условных обозначений, может оформить решение простой задачи.</p> |
|--|--|--|--|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|   |                        |                            |     |                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---|------------------------|----------------------------|-----|-------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                        |                            |     |                   |                     | При разборе задач логические суждения отрывочны, изложение рассуждений непоследовательно, не может их аргументировать, нуждается в наводящих вопросах педагога                                                                                                        |
| 2 | Творческие способности | Промежуточная.<br>Итоговая | 1-3 | В период обучения | Документ об участии | Участие в мероприятиях различного уровня:<br>ВУ - участие в мероприятиях международного, федерального, регионального, муниципального уровней.<br>СУ - участие в мероприятиях регионального, муниципального уровней.<br>НУ - участие в мероприятиях уровня объединения |

Реализация программы осуществляется на основе принципов: сознательности и доступности; связи теории с практикой; систематичности и последовательности; активности и прочности; учета возрастных и индивидуальных особенностей.

Направленность – естественнонаучная.

Образовательная область – математика.

Образовательный уровень - освоение.

Уровень усвоения – общекультурный (базовый).

Ориентация содержания – практическая.

Характер освоения – развивающий.

Возраст учащихся – 12-17 лет.

Длительность обучения – 3 г., долгосрочная, 432 ч, каждый год обучения по 144 ч.

Количество занятий в неделю – 2.

Длительность одного занятия - 100 мин, из них собственно занятие 2×45 мин, перерыв – 10 мин.

Количество учащихся в объединении – 18.

Рекомендуемые образовательные технологии: интеллект-карта, игровые, групповой работы, информационно-коммуникационные, ТРИЗ, проектного обучения, - и методы учебно-исследовательской деятельности.

Рекомендуемые типы занятий: игра, эксперимент, проект.

Особые требования для освоения программы: заявление родителей (законных представителей) и обеспечение ими ребенка необходимыми материалами и инструментами.

Учебно-материальное обеспечение:

а) материально-техническое – учебный кабинет, мультимедийное оборудование, программное обеспечение, Интернет;

б) учебно-методическое – развивающие дидактические материалы (игры, практические задачи, упражнения), иллюстративный и дидактический раздаточный материал (схемы, карточки с заданиями, памятки и др.), электронные образовательные ресурсы, сайт Центра детского творчества. (Приложение 2)

По окончании обучения учащиеся получают свидетельство о дополнительном образовании в МАОУ ДО ЦДТ.

## Содержание программы

|          | 1 год обучения                                                                                                                                                 | 2 год обучения                                                                                                                                                                           | 3 год обучения                                                                                                                                                                                              |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | <b>Тема 1. Вводное занятие</b>                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
| Теория   | Знакомство учащихся. Знакомство с целью программы. Охрана труда. Организационные вопросы. Разные типы задач                                                    | Коммуникационные игры учащихся. Знакомство с целью программы на новый учебный год. Охрана труда. Организационные вопросы. Разные типы задач                                              |                                                                                                                                                                                                             |
| Практика | Входная диагностика. Разбор и решение задач из различных тем программы                                                                                         | Разбор и решение задач из различных тем программы                                                                                                                                        | Разбор и решение задач из различных тем программы                                                                                                                                                           |
|          | <b>Тема 2. Основные типы текстовых задач</b>                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
| Теория   | Общие сведения о задачах. Понятие задачи. Структура задачи. Виды краткой записи (геометрическая, табличная, схематичная). Арифметический способ решения задач. | Общие сведения о задачах. Виды краткой записи (круги Эйлера, метод чашек). Алгебраический способ решения задач                                                                           | Общие сведения о задачах. Алгоритм моделирования практических ситуаций и исследования построенных моделей. Понятие о математическом моделировании, этапы математического моделирования, этапы решения задач |
| Практика | Разбор и решение задач разными способами. Оформление решения задач                                                                                             | Разбор и решение задач разными способами. Оформление решения задач                                                                                                                       | Разбор и решение задач разными способами. Оформление решения задач                                                                                                                                          |
|          | <b>Тема 3. Задачи на равномерное движение</b>                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
| Теория   | Компоненты задачи на равномерное движение.                                                                                                                     | Движения навстречу друг другу, движение в одном направлении, движение в противоположных направлениях из одной точки. Единицы измерения расстояния (пройденного пути), времени и скорости | Старинные меры длины. Перевод единиц измерения из одной системы мер в другую                                                                                                                                |
| Практика | Решение ребусов. Решение задач на движение.                                                                                                                    | Решение ребусов. Решение задач на движение.                                                                                                                                              | Решение ребусов. Решение задач на движение.                                                                                                                                                                 |
|          | <b>Тема 4. Задачи на движение по реке</b>                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
| Теория   | Компоненты задачи на движение по реке, относительность движения, движения по течению, движение против течения                                                  | Компоненты задачи на движение по реке, относительность движения, движения по течению, движение против течения                                                                            | Компоненты задачи на движение по реке, относительность движения, движения по течению, движение против течения                                                                                               |
| Практика | Решение ребусов. Решение задач на движение                                                                                                                     | Решение ребусов. Решение задач на движение                                                                                                                                               | Решение ребусов. Решение задач на движение                                                                                                                                                                  |
|          | <b>Тема 5. Движение по замкнутому контуру</b>                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
| Теория   | Компоненты задачи на движение по замкнутому контуру, движение по кольцевым дорогам                                                                             | Компоненты задачи на движение по замкнутому контуру, движение по кольцевым дорогам                                                                                                       | Компоненты задачи на движение по замкнутому контуру, движение по кольцевым дорогам                                                                                                                          |
| Практика | Решение задач                                                                                                                                                  | Решение задач                                                                                                                                                                            | Решение задач.                                                                                                                                                                                              |
|          | <b>Тема 6. Задачи на работу</b>                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
| Теория   | Компоненты задачи на работу, понятие работы, понятие производительности, вычисление неизвестного времени работы, алгоритм решения задач на работу              | Задачи, в которых требуется определить объем выполняемой работы, задачи, в которых требуется найти производительность труда, задачи, в которых требуется                                 | Задачи, в которых путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа, задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными                                                           |

|                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объема работы                                                                                                              | трубами. Система задач, подводющих к составной задаче                                                                                                                                                                                                       |
| Практика                                                       | Решение задач                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Решение задач                                                                                                                                                                           | Решение задач                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Тема 7. Логические задачи. Элементы теории вероятностей</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Теория                                                         | Составление графов. Простые и сложные высказывания. Истинность простых высказываний. Правило исключенного третьего и правило противоречия. Табличный способ решения логических задач. Логические связи. Истинность сложных высказываний. Формальная логика. Математическая логика. Законы логики. Логические выражения. Алгебра логики | Типичные задачи комбинаторики. Правила суммы и произведения. Задачи на комбинаторные соединения (сочетания, размещения и перестановки). Способ упорядоченного перебора и простой оценки | Опыт. Элементарные исходы опыта. Пространство элементарных исходов. Случайные, достоверные и невозможные события. Равновозможные события. Совместные и несовместные события. Вероятность события. Определение вероятности. Правило умножения. Правило суммы |
| Практика                                                       | Решение логических задач. Решение задач с многовариантными решениями. Промежуточная аттестация                                                                                                                                                                                                                                         | Решение логических и комбинаторных задач. Решение задач с многовариантными решениями. Промежуточная аттестация                                                                          | Решение логических, комбинаторных и вероятностных задач. Решение задач с многовариантными решениями. Промежуточная аттестация                                                                                                                               |
| <b>Тема 8. Задачи на проценты</b>                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Теория                                                         | Понятие процента, вводные задачи на доли, задачи на дроби, задачи на пропорции, процентное отношение, нахождение числа по его процентам, типы задач на проценты                                                                                                                                                                        | Алгоритм решения задач на проценты при помощи уравнения, процентные вычисления в жизненных ситуациях (распродажа, тарифы, штрафы, банковские операции, голосования)                     | Процентные расчеты, процентные изменения, простой и сложный процентный рост, задачи, связанные с изменением цены, задачи о вкладах и займах, формула сложных процентов, процентное содержание. Обобщение методов решения «опорных задач» на проценты        |
| Практика                                                       | Решение задач                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Решение задач.                                                                                                                                                                          | Решение задач                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Тема 9. Занимательные задачи</b>                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Теория                                                         | Задачи на переливания, задачи о дележе прибыли, задачи на разрезание, задачи на раскрашивание                                                                                                                                                                                                                                          | Задачи на переливания, задачи о дележе прибыли, задачи на разрезание, задачи на раскрашивание                                                                                           | Задачи на переливания, задачи о дележе прибыли, задачи на разрезание, задачи на раскрашивание                                                                                                                                                               |
| Практика                                                       | Решение занимательных задач                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Решение занимательных задач                                                                                                                                                             | Решение занимательных задач                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Тема 10. Задачи на смеси</b>                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Теория                                                         | Компоненты задачи на смеси и различные варианты решения                                                                                                                                                                                                                                                                                | Компоненты задачи на смеси и различные варианты решения                                                                                                                                 | Компоненты задачи на смеси и различные варианты решения                                                                                                                                                                                                     |
| Практика                                                       | Решение логических задач                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Решение логических задач                                                                                                                                                                | Решение логических задач.                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Тема 11. Задачи на сплавы</b>                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Теория                                                         | Компоненты задачи на сплавы и различные варианты решения                                                                                                                                                                                                                                                                               | Компоненты задачи на сплавы и различные варианты решения                                                                                                                                | Компоненты задачи на сплавы и различные варианты решения                                                                                                                                                                                                    |
| Практика                                                       | Решение логических                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Решение логических задач                                                                                                                                                                | Решение логических задач.                                                                                                                                                                                                                                   |

|                                                                       |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                       | задач                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| <b>Тема 12. Задачи геометрического содержания</b>                     |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | Метод обратимости, суть метода и компоненты, признак выбора метода                                                                                                                                                  | Метод обратимости, суть метода и компоненты, признак выбора метода                                                                                                                                                              | Метод обратимости, суть метода и компоненты, признак выбора метода                                                                           |
| Практика                                                              | Решение задач с многовариантными решениями                                                                                                                                                                          | Решение задач с многовариантными решениями                                                                                                                                                                                      | Решение задач с многовариантными решениями                                                                                                   |
| <b>Тема 13. Задачи на пропорциональные отношения. Делимость чисел</b> |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | Компоненты задачи на пропорциональные отношения и различные варианты решения                                                                                                                                        | Простые и составные числа. Признаки делимости. Совершенные числа. Формула общего вида числа. Нахождение НОД и НОК                                                                                                               | Числа Мерсенна. Каноническое разложение числа. Свойства делимости. Общие делители и кратные. Свойства остатков                               |
| Практика                                                              | Решение задач на пропорциональное отношение                                                                                                                                                                         | Решение задач на делимость и пропорциональное отношение                                                                                                                                                                         | Решение задач на делимость и пропорциональное отношение                                                                                      |
| <b>Тема 14. Задачи в стихах</b>                                       |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | Решение различных задач, представленных в стихах                                                                                                                                                                    | Решение различных задач, представленных в стихах                                                                                                                                                                                | Решение различных задач, представленных в стихах                                                                                             |
| Практика                                                              | Решение загадок-смекалок. Решение занимательных задач в стихах. Составление собственных задач                                                                                                                       | Решение загадок-смекалок. Решение занимательных задач в стихах. Составление собственных задач                                                                                                                                   | Решение загадок-смекалок. Решение занимательных задач в стихах. Составление собственных задач                                                |
| <b>Тема 15. Русские старинные задачи</b>                              |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | История использования текстовых задач в России                                                                                                                                                                      | История использования текстовых задач в России                                                                                                                                                                                  | История использования текстовых задач в России                                                                                               |
| Практика                                                              | Решение занимательных задач                                                                                                                                                                                         | Решение занимательных задач                                                                                                                                                                                                     | Решение занимательных задач                                                                                                                  |
| <b>Тема 16. Старинные задачи народов мира</b>                         |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | История использования текстовых задач у различных народов мира                                                                                                                                                      | История использования текстовых задач у различных народов мира                                                                                                                                                                  | История использования текстовых задач у различных народов мира                                                                               |
| Практика                                                              | Решение логических задач                                                                                                                                                                                            | Решение логических задач                                                                                                                                                                                                        | Решение логических задач                                                                                                                     |
| <b>Тема 17. Задачи в рисунках. Элементы теории множеств</b>           |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | Наглядные образы как средство решения математических задач, рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач, линейные и круговые диаграммы, чтение графиков движения и применение их для решения текстовых задач | Множество и его элементы. Конечные и бесконечные множества. Мощность множества. Подмножество, пустое множество. Способы задания множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: пересечение, объединение, вычитание | Переместительное и сочетательное свойства действий над множествами. Числовые множества. Универсальное множество                              |
| Практика                                                              | Решение загадок-смекалок. Решение иллюстрированных задач                                                                                                                                                            | Решение загадок-смекалок. Решение иллюстрированных задач                                                                                                                                                                        | Решение загадок-смекалок. Решение иллюстрированных задач                                                                                     |
| <b>Тема 18. Методы решения задач</b>                                  |                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                              |
| Теория                                                                | Задача и методы ее переконструирования путем изменения количественных и качественных характеристик объектов задачи, прямая и обратная задачи                                                                        | Задача и методы ее переконструирования путем изменения количественных и качественных характеристик объектов задачи, прямая и обратная задачи                                                                                    | Задача и методы ее переконструирования путем изменения количественных и качественных характеристик объектов задачи, прямая и обратная задачи |
| Практика                                                              | Решение задач с многовариантными решениями                                                                                                                                                                          | Решение задач с многовариантными решениями                                                                                                                                                                                      | Решение задач с многовариантными решениями                                                                                                   |

|          |                                      |                                      |                                               |
|----------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------|
|          | <b>Тема 19. Разработка проекта</b>   |                                      |                                               |
| Теория   | Проектирование задач разного типа    | Проектирование задач разного типа    | Проектирование задач разного типа             |
| Практика | Подготовка проекта и его презентация | Подготовка проекта и его презентация | Подготовка проекта и его презентация          |
|          | <b>Тема 20. Итоговое занятие</b>     |                                      |                                               |
| Теория   | -                                    | -                                    | -                                             |
| Практика | Промежуточная аттестация: тест       | Промежуточная аттестация: тест       | Аттестация по итогам освоения программы: тест |

# Учебно-тематический план

## 1-3 года обучения

| №<br>п/п     | Название раздела, темы                                | Всего<br>часов | В том числе |            |
|--------------|-------------------------------------------------------|----------------|-------------|------------|
|              |                                                       |                | Теория      | Практика   |
| 1            | Вводное занятие                                       | 2              | 1           | 1          |
| 2            | Основные типы текстовых задач                         | 10             | 2           | 8          |
| 3            | Задачи на равномерное движение                        | 8              | 2           | 6          |
| 4            | Задачи на движение по реке                            | 8              | 2           | 6          |
| 5            | Движение по замкнутому контуру                        | 8              | 2           | 6          |
| 6            | Задачи на работу                                      | 8              | 2           | 6          |
| 7            | Логические задачи. Элементы теории вероятностей       | 10             | 2           | 8          |
| 8            | Задачи на проценты                                    | 10             | 2           | 8          |
| 9            | Занимательные задачи                                  | 8              | 2           | 6          |
| 10           | Задачи на смеси                                       | 6              | 2           | 4          |
| 11           | Задачи на сплавы                                      | 6              | 2           | 4          |
| 12           | Задачи геометрического содержания                     | 8              | 2           | 6          |
| 13           | Задачи на пропорциональные отношения. Делимость чисел | 8              | 2           | 6          |
| 14           | Задачи в стихах                                       | 8              | 2           | 6          |
| 15           | Русские старинные задачи                              | 8              | 2           | 6          |
| 16           | Старинные задачи народов мира                         | 8              | 2           | 6          |
| 17           | Задачи в рисунках. Элементы теории множеств           | 8              | 2           | 6          |
| 18           | Методы решения задач                                  | 6              | 2           | 4          |
| 19           | Разработка проекта                                    | 4              | 1           | 3          |
| 20           | Итоговое занятие                                      | 2              | -           | 2          |
| <b>Всего</b> |                                                       | <b>144</b>     | <b>36</b>   | <b>108</b> |

### Список рекомендуемой литературы

1. Балаян Э.Н. 750 лучших олимпиадных и занимательных задач по математике. 7-8 классы. – М.: Феникс, 2015. – 238 с.
2. Бегунц А.В., Бородин П.А., Горяшин Д.В. Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике (2005-2018). – М.: МЦНМО, 2019. – 216 с.
3. Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С. Алгебра и геометрия. 8 класс. Самостоятельные и контрольные работы. – М.: Илекса, 2015. – 240 с.
4. Зубов А.Ю., Зязи А.В., Никонов Н.В. Олимпиады по криптографии и математике для школьников. М.: МЦНМО, 2019. – 184 с.
5. Кубышева М.А. Сборник самостоятельных и контрольных работ к учебникам математики 5-6 классов. – М.: Ювента, 2016. – 80 с.
6. 4. Левитас Г.Г. Математика. 5-8 классы. Опережающее обучение. Книга для родителей, желающих помочь ребенку. – М.: Илекса, 2015. – 79 с.
7. 5. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 8 класс. Дидактические материалы. ФГОС. – М.: Вентана-Граф, 2016. – 96 с.
8. 6. Прокопович А.Н. Геометрия. 8 класс. Домашняя работа к учебнику Л.С.Атанасяна + Рабочая тетрадь. ФГОС. – М.: Спиши.ру, 2016. – 224 с.
9. 7. Феоктистов И.Е. Алгебра. 8 класс. Дидактические материалы. Методические рекомендации. ФГОС. – М.: Мнемозина, 2016. – 173 с.
10. Хлевнюк Н.Н. Алгебра. 8 класс. Книжечка для развития математических способностей. – М.: Илекса, 2015. – 80 с.
11. Чесноков А.С., Нешков К.И. Математика. Дидактические материалы. 6 класс. – М.: Академкнига, 2016. – 160 с.

**Методические рекомендации по проведению аттестации учащихся****1 год обучения****Входная диагностика**

1. Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один мандарин в среднем содержит 35 мг витамина С. Сколько примерно процентов дневной нормы витамина получил человек, съевший один мандарин?
  - а) 170%
  - б) 58%
  - в) 17%
  - г) 0,58%
2. В сентябре 1 кг винограда стоил 60 рублей, в октябре виноград подорожал на 25%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг винограда после подорожания в ноябре?
3. Флакон шампуня стоит 75 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 500 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 20%?
4. В декабре виноград подорожал на 25% и стал стоить 200 рублей за килограмм. Сколько рублей стоил 1 кг винограда до подорожания в декабре?
5. Известно, что стул стоит 1000 рублей и составляет 20 % от цены компьютерного стола. Сколько рублей заплатит покупатель за комплект, состоящий из стола и стула?

**Промежуточная аттестация (декабрь)**

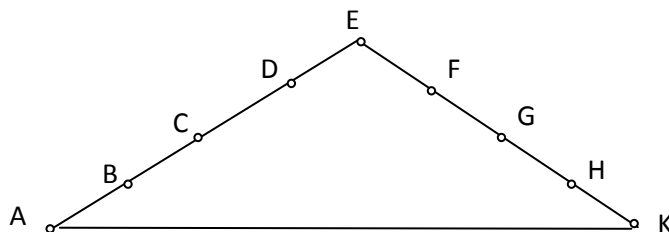
1. Во время прогулки Вася через каждые 40 м находил гриб. Какой путь он прошёл от первого гриба до последнего, если всего он нашёл 20 грибов?
  - а) 680 м
  - б) 720 м
  - в) 760 м
  - г) 800 м
  - д) 880 м
2. Маша доходит от дома до школы за 9 минут, а её брат бежит до школы и обратно без остановки за 12 минут. Во сколько раз скорость Миши больше, чем скорость Маши?
  - а)  $\frac{4}{3}$
  - б)  $\frac{3}{2}$
  - в)  $\frac{7}{4}$
  - г)  $\frac{5}{4}$
  - д) нельзя определить
3. Улитка взбирается на ветку длиной 10 дм. За день она поднимается на 4 дм, а за ночь сползает вниз на 3 дм. Через сколько дней улитка достигнет конца ветки?
  - а) 8
  - б) 9
  - в) 10
  - г) 7
  - д) 11
4. Сколько пятиметровых прыжков надо сделать Кенгуру, чтобы преодолеть дистанцию длиной 5032 м + 5032 дм + 5032 см + 5032 мм?
  - а) 1116
  - б) 1117
  - в) 1118
  - г) 1119
  - д) 1120

5. Я еду со скоростью 60 км/час. С какой скоростью мне надо ехать, чтобы проезжать 1 километр на  $\frac{1}{3}$  минуты быстрее?

- а) 70 км/час
- б) 80 км/час
- в) 90 км/час
- г) 100 км/час
- д) 110 км/час

6. Под гору Петя идёт быстрее, чем в гору. На склонах горки отмечены точки А, В, С, D, Е, F, G, Н, К. Расстояния между соседними отмеченными точками одинаковы. Какой путь Петя пройдёт быстрее?

- а)  $C \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow F$
- б)  $A \rightarrow E \rightarrow F$
- в)  $D \rightarrow E \rightarrow K \rightarrow H$
- г)  $C \rightarrow E \rightarrow H$
- д)  $D \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow F$



7. Кенгуру – мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а её маленький сынишка прыгает на 1 м за 0,5 секунды. Они одновременно стартовали от скамейки перед их домиком и двигаются к эвкалиптовому дереву по прямой. Расстояние от скамейки до дерева равно 180 м. Сколько времени мама будет ждать сына под деревом?

- а) 10 сек
- б) 30 сек
- в) 60 сек
- г) 120 сек
- д) 0 сек

8. Бобёр Боб строит новую хатку. У него есть 6 брёвен, которые надо разделить на 6 частей каждое. Своими острыми зубами он перегрызает бревно в одном месте за 1 минуту. Сколько времени займёт у него вся эта работа?

- а) 6 мин
- б) 24 мин
- в) 30 мин
- г) 36 мин
- д) 42 мин

9. Жук Жужик прополз 3 м на север, потом 1 м на восток, потом 2 м на юг и 3 м на запад. Каким путём он может вернуться обратно?

- а) 2 м на юг и 2 м на восток
- б) 3 м на восток и 1 м на север
- в) 1 м на юг и 2 м на восток
- г) 1 м на север и 2 м на восток
- д) 3 м на восток и 2 м на север

10. После того, как бегун пробежал треть всей дистанции и ещё 400 м, ему осталось пробежать ещё треть пути и ещё 200 м. Чему равна длина дистанции?

- а) 600 м
- б) 800 м
- в) 1 200 м
- г) 1 600 м
- д) 1 800 м

11. Длина крокодила от головы до хвоста равна 4,5 метра, а от хвоста до головы – 24 пяди. Это означает, что одна пядь

- а) меньше 15 см
- б) больше 15, но меньше 16 см
- в) больше 17, но меньше 18 см

- г) больше 18, но меньше 19 см  
д) больше 20 см
12. Парусник уходит в плавание в понедельник в полдень. Плавание продлится 100 часов. Каков день и час его прибытия?  
а) среда, 4 часа  
б) пятница, 4 часа  
в) четверг, полдень  
г) суббота, 16 часов  
д) пятница, 16 часов
13. Винни-Пух купил себе на день рождения 12 банок варенья и пригласил в гости Пятачка. Известно, что Пятачок ест варенье в 2 раза медленнее Винни-Пуха. Через 2 часа всё варенье было съедено. Сколько банок варенья съел Пятачок за это время?  
а) 2  
б) 4  
в) 6  
г) 8  
д) 10
14. Я прыгаю с трамплина в воду: сначала трамплин подбрасывает меня вверх на 1 м, затем я лечу вниз на 6 м и, выныривая, поднимаюсь на 2 м до поверхности воды. На какой высоте над водой находится трамплин?  
а) 1  
б) 2  
в) 3  
г) 4  
д) трамплин находится под водой.
15. «Ну, погоди!» - зарычал Волк, заметив в 30 м Зайца, и бросился за ним. На каком расстоянии они будут через 5 минут, если Заяц в минуту пробегает 500 метров, а Волк – 450?  
а) 250 м  
б) 0 м  
в) 280 м  
г) 470 м  
д) 220 м
16. Поезд из Москвы во Владивосток едет 7 суток и 1 час. Каждый день в 12 часов по московскому времени из этих городов выезжает по одному поезду. Сколько поездов, вышедших из Владивостока, встретит поезд, вышедший из Москвы?  
а) 7  
б) 6  
в) 8  
г) 14  
д) 15
17. Тигра пришёл на день рождения Крошки Ру на 5 минут раньше, чем ослик Иа-Иа, но на 3 минуты позже, чем Винни-Пух. Когда угощение было съедено, гости стали расходиться. Первым ушёл Винни-Пух: он ушёл на 2 минуты раньше, чем Иа-Иа, и на 5 минут раньше, чем Тигра. На сколько минут Тигра был дольше в гостях, чем Иа-Иа?  
а) 2  
б) 4  
в) 6  
г) 8  
д) Иа-Иа был в гостях дольше, чем Тигра

## Промежуточная аттестация (май)

### 1 вариант

1. За месяц в школе расходуется 400 кусков мела. Какое наименьшее количество коробок мела нужно купить в школу на 6 месяцев?
2. В кафе проходит рекламная акция: покупая три чашки кофе, покупатель получает четвёртую чашку в подарок. Чашка кофе стоит 45 рублей. Какое наибольшее число чашек кофе получит покупатель за 250 рублей?
3. В магазин привезли учебники по биологии для 7 - 9-х классов, по 50 штук для каждого класса. В шкафу 4 полки, на каждой полке помещается 30 книг. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми книгами по биологии, если все книги имеют одинаковый формат?
4. Майка стоит 180 рублей. Какое наибольшее число маек можно купить на 600 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 20%?
5. Оптовая цена рулона обоев 80 рублей. Розничная цена на 30% выше оптовой. Какое наибольшее число таких рулонов можно купить по розничной цене на 800 рублей?
6. Телевизор стоил 8400 рублей. После снижения цены он стал стоить 6720 рублей. На сколько процентов была снижена цена на телевизор?
7. Кириллу нужно 120 000 руб. для поступления в платную аспирантуру. Он взял в банке кредит на год под 12%. Для погашения кредита необходимо ежемесячно вносить в банк одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей Кирилл должен вносить в банк ежемесячно?
8. Автолюбитель за месяц проехал 600 км. Стоимость 1 л бензина 24 руб. Средний расход бензина на 100 км составляет 6 л. Сколько рублей потратил автолюбитель на бензин за этот месяц?

### 2 вариант

1. Цена килограмма орехов  $a$  рублей. Сколько рублей надо заплатить за 300 граммов этих орехов?
  - а)  $\frac{a}{300}$
  - б)  $300a$
  - в)  $0,3a$
  - г)  $\frac{10a}{3}$
2. Шарик стоит 3 руб. 40 коп. Какое наибольшее число шариков можно купить на 40 рублей?
3. В коробке 110 кусков мела. За месяц в школе расходуется 400 кусков мела. Какое наименьшее количество коробок мела нужно купить в школу на 6 месяцев?
4. В кафе проходит рекламная акция: покупая три чашки кофе, покупатель получает четвёртую чашку в подарок. Чашка кофе стоит 45 рублей. Какое наибольшее число чашек кофе получит покупатель за 250 рублей?
5. В магазин привезли учебники по биологии для 7 - 9-х классов, по 50 штук для каждого класса. В шкафу 4 полки, на каждой полке помещается 30 книг. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми книгами по биологии, если все книги имеют одинаковый формат?
6. Майка стоит 180 рублей. Какое наибольшее число маек можно купить на 600 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 20%?
7. Оптовая цена рулона обоев 80 рублей. Розничная цена на 30% выше оптовой. Какое наибольшее число таких рулонов можно купить по розничной цене на 800 рублей?
8. Телевизор стоил 8400 рублей. После снижения цены он стал стоить 6720 рублей. На сколько процентов была снижена цена на телевизор?

9. Кириллу нужно 120 000 руб. для поступления в платную аспирантуру. Он взял в банке кредит на год под 12%. Для погашения кредита необходимо ежемесячно вносить в банк одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей Кирилл должен вносить в банк ежемесячно?

10. Автолюбитель за месяц проехал 600 км. Стоимость 1 л бензина 24 руб. Средний расход бензина на 100 км составляет 6 л. Сколько рублей потратил автолюбитель на бензин за этот месяц?

### Вариант 3

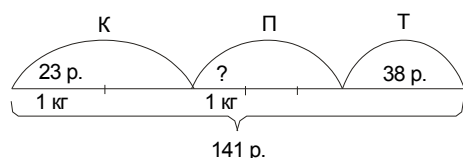
*Выберите правильный ответ*

- В какой задаче достаточно данных для ее решения:
  - Какова длина прямоугольника, если его площадь равна  $18 \text{ см}^2$ ?
  - Девочка заплатила за 4 карандаша 12 рублей. Сколько стоит 1 карандаш?
  - За 1 час токарь изготавливает 25 деталей. Сколько всего деталей он изготовит за день?
- Выберите условие (У) данной задачи среди предложенных ниже: «Стая летучих обезьян должна была пролететь  $x$  км над лесом и  $b$  км над пустыней, чтобы доставить девочку и её друзей в Изумрудный город. Сколько км им осталось пролететь, если они уже пролетели 10 км?»
  - Стая летучих обезьян должна была пролететь  $x$  км над лесом и  $b$  км над пустыней, чтобы доставить девочку и её друзей в Изумрудный город.
  - Стая летучих обезьян должна была пролететь  $x$  км над лесом и  $b$  км над пустыней, чтобы доставить девочку и её друзей в Изумрудный город. Сколько км им осталось пролететь, если они уже пролетели 10 км?
  - Стая летучих обезьян должна была пролететь  $x$  км над лесом и  $b$  км над пустыней, чтобы доставить девочку и её друзей в Изумрудный город. Они уже пролетели 10 км.
- Выберите требование (Т) данной задачи среди предложенных ниже: «Из Москвы и Саратова одновременно выходят два поезда навстречу друг другу. Первый проходит 40 км/ч, а второй - 48 км/ч. На каком расстоянии окажутся эти поезда друг от друга через 8 часов после отправления, если расстояние от Москвы до Саратова 892 км?»
  - На каком расстоянии окажутся эти поезда друг от друга через 8 часов после отправления, если расстояние от Москвы до Саратова 892 км?
  - На каком расстоянии окажутся эти поезда друг от друга через 8 часов после отправления.
- Структурная схема, соответствующая задаче: «На хлебозавод нужно доставить 42 мешка муки. Каждый мешок весит 60 кг. На грузовик кладут 3 тонны. Сколько потребуется грузовиков для перевозки муки, если каждая машина сделает 12 перевозок?»
  - У-Т-У
  - Т - У
  - У – Т
- Краткая запись, подходящая к задаче: «Купили 2 кг конфет, 3 кг печенья и торт. За всю покупку заплатили 141 р. Сколько стоит 1 кг печенья, если 1 кг конфет стоит 23 р, а торт 38 р.

а)

| Цена за 1 кг     | Количество | Стоимость  |
|------------------|------------|------------|
| Конфеты – 23 руб | 2 кг       |            |
| Печенье - ?      | 3 кг       | } 141 руб. |
| Торт - 38 руб    | 1 шт       |            |

б)



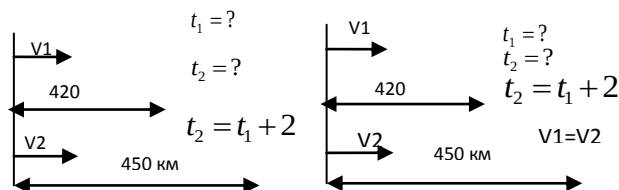
в)

| Цена             | Количество | Стоимость |
|------------------|------------|-----------|
| Конфеты – 23 руб | 2 кг       |           |
| Печенье - ?      | 3 кг       |           |
| Торт - 38 руб    | 1 шт       |           |

6. Укажите краткую запись, которая не подходит к задаче: «Две яхты отправились в морское путешествие. Двигаясь с одинаковой скоростью, одна прошла 420 км, другая 450 км, причем вторая была в пути на 2 часа больше первой. сколько часов находилась в пути каждая яхта?»

а)

б)



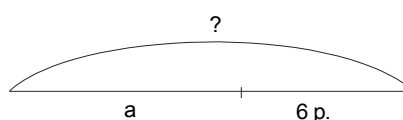
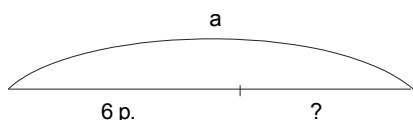
в)

|       | V (км/ч)   | t (ч)     | S (км) |
|-------|------------|-----------|--------|
| 1яхта | одинаковая | ? ←       | 420 км |
| 2яхта |            | ? на 2ч > | 450 км |

7. Краткая запись, подходящая к задаче: «Лиса украла у мужика из телеги а рыб. Когда несколько штук она съела, то у неё осталось 6 рыбок. Сколько рыбок она съела?»

а)

б)



2 год обучения

Промежуточная аттестация (декабрь)

1. Опытный дрессировщик может вымыть слона за 40 минут, а его сыну для этого требуется 2 часа. За сколько времени они вымоют трёх слонов, работая вдвоём?

а) за 40 мин

б) за 45 мин

в) за 1 час

г) за 1,5 часа

д) за 1 час 40 мин

2. Сизиф обязан каждый день втаскивать большой камень на вершину горы. В первый день он потратил на подъём в гору и спуск с неё 7 часов. Эта работа утомительна, и в каждый следующий день он поднимается вдвое медленнее, чем в предыдущий, но зато спускается вдвое быстрее. Сколько времени он потратил на подъём и спуск в третий день, если во второй день ему понадобилось 8 часов?

а) 13 часов

б) 10 часов

в) 9 часов

г) 8,5 часа

д) 7 часов

3. На соревновании по бегу на дистанцию 10 км Джонни Джоггер пробежал 9641 м, потом прошёл 3456 дм, наконец, прополз 12340 мм и остановился, не в силах двигаться дальше. Сколько сантиметров ему осталось до финиша?

а) 1060 см

б) 160 см

в) 106 см

г) 100 см

д) 96 см

4. Тому Сойеру было поручено покрасить забор. Четвёртую часть работы он выполнил сам, затем передал кисть Бену, который работал 15 минут, причём водил кисточкой в два раза быстрее, чем Том. После Бена за дело взялся Билл, который работал втрое быстрее, чем Том, и закончил всю работу за 5 минут. Сколько времени потратили мальчики на покраску всего забора?

а) 35 мин

б) 45 мин

в) 40 мин

г) 30 мин

д) невозможно определить

5. Велосипедист поднимался на холм со скоростью 12 км/час, а спустился он с холма тем же путём со скоростью 20 км/час, потратив на спуск на 16 минут меньше, чем на подъём. Чему равна длина дороги, ведущей на холм?

а) 8 км

б) 10 км

в) 12 км

г) 14 км

д) невозможно определить

6. Заяц соревновался с черепахой в беге на 100 метров. Когда заяц прибежал к финишу, черепахе оставалось до него ещё 90 метров. На сколько метров надо отодвинуть назад стартовую линию для зайца, чтобы при новой попытке оба бегуна пришли к финишу одновременно?

а) 90

б) 100

в) 10

г) 900

д) 1000

7. Лёша и Гоша вскапывали на огороде грядку. Они начали работу с противоположных концов грядки, двигаясь навстречу друг другу. Гоша копал в два раза быстрее, чем Лёша, но зато после каждого вскопанного метра устраивал перерыв на 20 минут, а Лёша копал хоть и медленно, но без перерывов. Через 2 часа после начала работы Лёша добрался до середины грядки и обнаружил там выполнившего свою половину работы Гошу. Чему равна длина грядки?

а) 3 м

б) 6 м

в) 9 м

г) 12 м

д) не хватает данных

8. Если кенгуру научиться прыгать в 1,5 раза дальше, чем умеет, ему понадобится ровно 6 прыжков, чтобы добраться до тенистого дерева. За сколько прыжков кенгуру может это сделать сейчас?

а) 3

б) 4

в) 6

г) 9

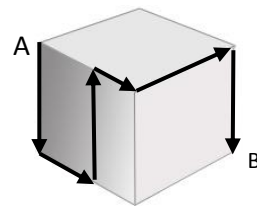
д) невозможно определить

9. Вася делал домашнее задание по математике 1800 секунд, а потом утомился и пошёл гулять. Значит, над заданием по математике Вася сидел

- а) четверть часа
- б) полчаса
- в) три четверти часа
- г) два часа
- д) три часа

10. Муравей ползёт по поверхности кубика из точки А в точку В по пути, отмеченному стрелками. Чему равна длина этого пути, если ребро кубика равно 12 см?

- а) 40 см
- б) 48 см
- в) 50 см
- г) 60 см
- д) невозможно определить



11. Гусеница выползла из своего домика в полдень и ползет по луку, поворачивая после каждого часа направо или налево на  $90^\circ$ . За первый час она проползла 1 м, а за каждый следующий – на 1 м больше, чем за предыдущий. На каком наименьшем расстоянии от домика она могла оказаться в 7 часов вечера?

- а) 0 м
- б) 1 м
- в) 2 м
- г) 5 м
- д) 9 м

12. Костя увидел своего друга Серёжу, идущего по улице, побежал за ним и догнал за 3 минуты. Если бы в тот момент, когда Костя побежал, Серёжа пошёл ему навстречу со своей прежней скоростью, они встретились бы через 1 минуту. Сколько времени бежал бы Костя, если бы Серёжа ждал его, стоя на месте?

- а) 150 сек
- б) 140 сек
- в) 120 сек
- г) 100 сек
- д) 90 сек

13. Вдоль шоссе расположены деревни А, В, С, D, E, F и G (они перечислены в том порядке, в котором следуют друг за другом). В таблице указаны некоторые расстояния между этими деревнями (например, расстояние от В до Е по этой дороге равно 27 км). Чему равно расстояние от А до G?

- а) 56 км
- б) 66 км
- в) 75 км
- г) 18 км
- д) невозможно определить.

|    |    |    |    |   |   |   |
|----|----|----|----|---|---|---|
| A  |    |    |    |   |   |   |
|    | B  |    |    |   |   |   |
|    |    | C  |    |   |   |   |
| 19 |    |    | D  |   |   |   |
|    | 27 |    |    | F |   |   |
| 47 |    | 34 |    |   | F |   |
|    | 48 |    | 37 |   |   | G |

14. Два велосипедиста одновременно выехали навстречу друг другу по одной и той же дороге, соединяющей два села. Одному на весь путь требуется 1 час, а другому - полтора часа. Через сколько минут они встретятся?

- а) 20
- б) 24
- в) 30
- г) 36
- д) 40.

15. В 12:00 Петя пошёл в соседнюю деревню. Вместе с ним в том же направлении выбежал пёс Шарик. Добежав до соседней деревни в 14:30, Шарик повернул обратно и встретил Петю в 15:30. Во сколько раз скорость Шарика больше скорости Пети?
- 4 / 3
  - 3 / 2
  - 2
  - 5 / 2
  - 7 / 3
16. Сандра бегает в два раза быстрее, чем Бренда, а Бренда - в два раза быстрее, чем Николь. Девочки одновременно стартовали из одной точки кольцевой дорожки: Сандра побежала в одну сторону, а Бренда и Николь - в другую. Сначала Сандра встретила Бренду, а через 200 метров - Николь. Чему равна длина дорожки?
- 800 м
  - 1000 м
  - 1500 м
  - 2000 м
  - невозможно определить
17. Черепахи Чапа и Паша одновременно стартовали из домика и бегут по садовой дорожке с постоянными скоростями. Когда Чапа пробежала 10 м, Паша пробежала всего 8 м, а когда Чапе оставалось 80 м до конца дорожки, Паше оставалось 100 м. Какова длина садовой дорожки?
- 150 м
  - 180 м
  - 360 м
  - 820 м
  - другой ответ

### Промежуточная аттестация (май)

#### Вариант 1

- Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой  $x$  обозначена скорость велосипедиста (в км/ч)?
  - $\frac{4}{x} - \frac{1,5}{x} = 8$
  - $\frac{x}{4} + 8 = \frac{x}{1,5}$
  - $1,5(x+8) = 4x$
  - $4(x-8) = 1,5x$
- Решить уравнение:  
 $3-2x = 6 - 4(x+2)$
- Турист во время прохождения своего маршрута шёл пешком и ехал на велосипеде. Известно, что 30 % пути он прошёл пешком, что составило 6 км. Найдите расстояние, которое турист проехал на велосипеде?
- Путь от поселка до железнодорожной станции пешеход прошел за 4 часа, а велосипедист проехал за 1,5 ч. Скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода. С какой скоростью ехал велосипедист?
- Грузовик сначала едет 3 минуты с горы, а затем 9 минут в гору. На обратный путь он тратит те же 12 минут. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем скорость в гору?
- Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из лодок вернулась на станцию, пройдя по течению 20 минут, а другая повернула обратно через 30

минут после выхода со станции. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 50 минут. Во сколько раз скорость лодки по течению больше скорости лодки против течения? (записать подробное решение задачи)

## Вариант 2

1. Из следующих математических моделей задач выберите такую, которая была бы аналогична модели:  $305 + 305 : 5$ :

- а)  $42 + 42 : 7$
- б)  $305 : 5 + 305$
- в)  $23 + 46 : 23$

2. Соотнесите задачи и типы задач.

| Задачи                                                                                                            | Типы задач                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| 1. В пакете 35 конфет, $\frac{3}{5}$ из них “Белочка”. Сколько конфет “Белочка” в пакете?                         | а) Нахождение числа по его дроби |
| 2. Двое рабочих заработали 9000 рублей. Один работал 2 недели, а другой 8 недель. Сколько денег заработал каждый? | б) Пропорциональное деление.     |
| 3. Из ружья сделано 50 выстрелов. При этом пять пуль пролетело мимо. Определите процент попадания                 | в) Задача на проценты            |
| -                                                                                                                 | г) Нахождение дроби от числа     |

Ответ: 1) \_\_\_\_; 2) \_\_\_\_; 3) \_\_\_\_

3. Установите стрелками соответствие между задачами и объектами задач

| Задачи                                                                                                                       | Объекты задач      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 1. Сначала купили 2 кг печенья, затем еще 3 кг. Сколько всего кг печенья было куплено?                                       | а) Ловля рыбы      |
| 2. Рыбаки выловили в один день 106 ц рыбы, а в другой день в 2 раза больше. Сколько центнеров рыбы выловили рыбаки за 2 дня? | б) Рыба            |
| -                                                                                                                            | в) Покупка печенья |
| -                                                                                                                            | г) Печенье         |

4. Запишите верную последовательность этапов решения задачи:

- а) Выделение условия и требования задачи
- б) Запись решения задачи
- в) Краткая запись задачи
- г) Запись решения задачи
- д) Поиск плана решения

5. В задаче: «Полярникам дрейфующей станции сбросили с самолета два контейнера. В первом было 32 бочки с топливом, а во втором 24 ящика с продуктами. Чему равен вес одного ящика, если каждая бочка весила 70 кг, а суммарный вес всего груза составлял 3440 кг?» Поиск решения задачи можно начать с фразы: «Зная вес ...»

- а) топлива и вес всего груза, найдем вес продуктов;
- б) одной бочки и их количество, найдем вес топлива;
- в) продуктов и количество ящиков, найдем вес 1 ящика.

6. Рассмотрите задачу: «Расстояние между двумя пристанями 330 км. От этих пристаней одновременно навстречу друг другу вышли два катера. Скорость одного из них 24 км/ч, что на 4 км/ч меньше чем у второго. Каким будет расстояние между катерами через 4,5 часа после начала движения?» Запись решения этой задачи должна быть выполнена в следующей последовательности:

- а)  $52 \cdot 4,5 = 234$  (км) прошли катера за 4,5 часа  
б)  $24 + 28 = 52$  (км/ч) скорость сближения  
в)  $24 + 4 = 28$  (км/ч) скорость второго катера  
г)  $330 - 234 = 96$  (км) расстояние между катерами через 4,5 часа

### **Открытые вопросы**

7. К задачам на движение относятся задачи: на встречное движение, движение в противоположных направлениях, движение по реке и по озеру и
- 
8. В условии задач на совместную работу участвуют величины: объем работы, время работы и
- 
9. В условии задач на покупку участвуют величины: цена, количество и
- 

## **3 год обучения**

### **Промежуточная аттестация (декабрь)**

1. Поезд длиной 1 км медленно движется со скоростью 1 км/час и вползает в туннель, длина которого 1 км. За сколько времени он полностью пройдет туннель?
- а) 1 час  
б) 1 час 30 мин.  
в) 2 часа  
г) 3 часа  
д)  $\frac{1}{2}$  часа
2. Жан и Пьер участвуют в велогонке. Они стартуют вместе и едут по кругу в одном направлении. Жан проезжает 1 круг за 6 минут, а Пьер – за 4 минуты. Через сколько минут после старта Пьер догонит Жана?
- а) 24  
б) 12  
в) 10  
г) 6  
д) 4
3. По кольцевой линии метро в одном направлении курсируют 24 электропоезда с одинаковой скоростью и равными интервалами. Сколько электропоездов надо добавить, чтобы при той же скорости движения уменьшить интервалы на 20 %?
- а) 2  
б) 3  
в) 5  
г) 6  
д) 12
4. По дороге, ведущей из леса в посёлок, спешат Красная Шапочка и волк, а навстречу им идут бабушка и охотник. Скорость сближения волка и бабушки 18 км/час, Красной Шапочки и бабушки - 8 км/час, а скорость сближения охотника и Красной шапочки - 12 км/час. С какой скоростью сближаются волк и охотник?
- а) 26 км/час  
б) 22 км/час  
в) 18 км/час

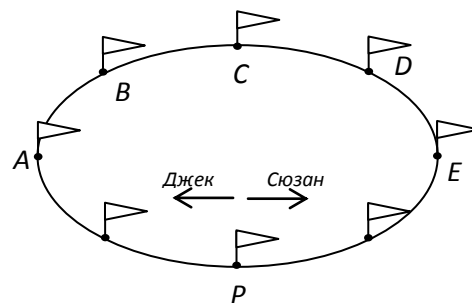
- г) 14 км/час  
д) 16 км/час
5. Поезд проходит мост длиной 250 метров за 1 минуту, а мимо телеграфного столба он проходит за полминуты. Какова длина поезда?  
а) 100 м  
б) 125 м  
в) 150 м  
г) 250 м  
д) 300 м
6. Доберман съедает порцию корма за 4 минуты, а эрдельтерьер – за 6 минут. Сколько времени обе собаки будут вместе есть одну порцию корма, если не будут ссориться?  
а) 25 сек  
б) 2 мин 24 сек  
в) 2 мин  
г) 5 мин  
д) 2,5 мин
7. Три синих попугая капитана Флинта съедают 3 кг корма за 3 дня, пять зелёных попугаев – 5 кг корма за 5 дней, а семь оранжевых – 7 кг корма за 7 дней. Какие попугаи самые прожорливые?  
а) синие  
б) зелёные  
в) оранжевые  
г) все одинаковы  
д) невозможно определить
8. Сколько пятиметровых прыжков надо сделать Кенгуру, чтобы преодолеть дистанцию длиной  $5032\text{м} + 5032\text{дм} + 5032\text{см} + 5032\text{мм}$ ?  
а) 1116  
б) 1117  
в) 1118  
г) 1119  
д) 1120
9. Скорость течения реки равна  $a$ , скорость катера в стоячей воде –  $b$ . Тогда время, которое потребуется катеру, чтобы спуститься по течению на расстояние  $S$ , а потом вернуться обратно, выражается формулой:  
а)  $\frac{2S}{a+b}$   
б)  $\frac{2S}{b-a}$   
в)  $\frac{S(a+b)}{ab}$   
г)  $\frac{2aS}{b^2-a^2}$   
д)  $\frac{2bS}{b^2-a^2}$
10. Маленький коала съедает листья с одного эвкалиптового дерева за 10 часов, а каждый из его родителей ест вдвое быстрее. За сколько времени это семейство объест все листья с одного эвкалиптового дерева?  
а) за 20 часов  
б) за 5 часов  
в) за 4 часа  
г) за 3 часа  
д) за 2 часа

11. Среди указанных скоростей выберите ту, которая вдвое меньше какой-то другой из перечисленных.

- а) 1 км/мин
- б) 20 м/сек
- в) 300 м/мин
- г) 150 дм/сек
- д) 30 км/ч

12. Дорожка вокруг стадиона разделена флажками на участки одинаковой длины. Джек бежит в 3 раза быстрее своей младшей сестры Сюзан. Они стартуют одновременно из точки  $P$ , но в противоположных направлениях. В какой точке они встретятся?

- а)  $A$
- б)  $B$
- в)  $C$
- г)  $D$
- д)  $E$



13. Заяц соревновался с черепахой в беге на 100 метров. Когда заяц прибежал к финишу, черепахе оставалось пробежать ещё 90 метров. На сколько метров надо отодвинуть назад стартовую линию для зайца, чтобы при новой попытке оба бегуна пришли к финишу одновременно?

- а) 90
- б) 100
- в) 10
- г) 900
- д) 1000

14. Котёнок Малыш может облизать себя с головы до кончика хвоста за полчаса, а кот Тоша может облизать Малыша за 5 минут. Себя Тоша способен помыть за 20 минут. Сколько времени придется трудиться Малышу, чтобы помыть Тошу?

- а) 40 минут
- б) 60 минут
- в) полтора часа
- г) 2 часа
- д) 3 часа

15. Семья Васи приехала на дачу на машине в 16.00. Если бы скорость, с которой они ехали, была на 25 % больше, то они приехали бы в 14.30. В какое время они выехали из дома?

- а) 8.00
- б) 8.30
- в) 9.00
- г) 10.00
- д) 12.00

16. Гусеница выползла из домика в полдень и ползёт по лугу, поворачивая через каждый час на  $90^\circ$  направо или налево. За первый час она проползла 1 м, за второй час – 2 м и т.д. На каком наименьшем расстоянии от домика она могла оказаться в 9 часов вечера?

- а) 0 м
- б) 1 м
- в) 2 м
- г) 1,5 м
- д) 0,5 м

17. Шерлок Холмс и доктор Ватсон ехали из Лондона в Плимут. Когда они прибыли в Плимут, доктор Ватсон спросил: «Холмс, а сколько времени мы были в пути?». «Не знаю, – ответил Холмс, – но я заметил, что в момент, когда мы отправлялись, и сейчас, когда мы прибыли, угол между часовой и минутной стрелками моих часов был прямым». Расстояние от Лондона до Плимута равно 120 км. Какой может быть скорость поезда?

- а) 120 км/ч
- б) 110 км/ч
- в) 100 км/ч
- г) 60 км/ч
- д) никакой из перечисленных

18. Петер едет на своём велосипеде из точки  $P$  в точку  $Q$  с постоянной скоростью. Если бы он увеличил скорость на 3 м/с, то он доехал бы до  $Q$  в три раза быстрее. Во сколько раз быстрее он доехал бы до  $Q$ , увеличив скорость на 6 м/с?

- а) 4
- б) 5
- в) 6
- г) 4,5
- д) 8

19. Турист совершил 2-х часовую прогулку. Он сначала шёл по равнине, потом взойшёл на вершину горы, а потом вернулся в начало пути: спустился с горы и шёл по равнине. Скорость туриста на подъёме равнялась 3 км/ч, на спуске – 6 км/ч, а по равнине – 4 км/ч. Какой путь он прошёл?

- а) 6 км
- б) 7,5 км
- в) 8 км
- г) 10 км
- д) невозможно определить

20. Две машины едут по асфальтированной дороге со скоростью 80 км/ч, сохраняя дистанцию 24 метра. Когда машина сворачивает на грунтовую дорогу, её скорость резко падает до 50 км/ч. Каким будет расстояние между машинами на грунтовой дороге?

- а) 10 м
- б) 15 м
- в) 18 м
- г) 24 м
- д) 32 м

21. Вася и его собака гуляют вокруг озера по аллее, длина которой 500 м. Неожиданно собака срывается с поводка и бежит со скоростью 10 км/ч. Вася бежит за ней со скоростью 8 км/ч. Когда он видит, что собака удалилась от него на 250 метров, он разворачивается и бежит ей навстречу. Через сколько минут после начала бега они встретятся?

- а) 10
- б) 9
- в)  $8\frac{2}{3}$
- г)  $8\frac{1}{3}$
- д) 5

22. Два туриста вышли одновременно из села  $A$  в село  $B$ . Когда первый турист прошёл половину пути, второму осталось пройти 24 км, а когда второй прошёл половину пути, первому осталось пройти 15 км. Каково расстояние между  $A$  и  $B$ ?

- а) 12 км
- б) 36 км
- в) 40 км
- г) 46 км
- д) невозможно определить

23. Каждый год в день конкурса «Кенгуру» Вася несётся в школу из дома бегом. В этом году ему понадобилось на дорогу на 20 % меньше времени, чем в прошлом. Это значит, что его скорость возросла на

- а) 10 %
- б) 20 %
- в) 25 %
- г) 50 %
- д) 100 %

24. Из двух диаметрально противоположных точек кругового трека одновременно стартуют два велосипедиста. Они едут в одном направлении с постоянными скоростями. Время от времени первый велосипедист обгоняет второго. Третий обгон произошёл через 1 час после начала движения. Через сколько минут после третьего случится четвёртый обгон?

- а) 6
- б) 12
- в) 15
- г) 20
- д) 24

### Аттестация учащихся по итогам освоения программы

1. Собрали 100 кг грибов. Оказалось, что их влажность 99%. Когда грибы подсушили, влажность снизилась до 98%. Какой стала масса грибов после подсушивания?

- а) 55 кг
- б) 60 кг
- в) 45 кг
- г) 50 кг

2. Я иду от дома до школы 30 мин. а мой брат – 40 мин. Через сколько минут я догоню брата, если он вышел из дома на 5 мин раньше меня?

- а) 14 мин
- б) 15 мин
- в) 10 мин
- г) 16 мин

3. Даны два положительных числа. Одно из них увеличили на 1%, другое – на 4%. Могла ли их сумма увеличиться на 3%? Чему равны эти числа?

- а) 100 и 200
- б) 200 и 300
- в) 100 и 300
- г) 200 и 150

4. Школьник прочитал книгу за 3 дня. В первый день он прочитал 0,2 всей книги и еще 16 страниц, во второй день – 0,3 остатка и еще 20 страниц, а в третий день -0,75 нового остатка и последние 30 страниц. Сколько страниц в книге?

- а) 270
- б) 230
- в) 250
- г) 420

5. Сумма двух чисел равна 13,5927. Если в большем из них перенести запятую на один знак влево, то получим меньшее число. Чему равны эти числа?

- а) 1,2354 и 12,357
- б) 1,2357 и 12,357
- в) 1,3357 и 13,357
- г) -1,2357 и 12,357

6. Малыш может съесть банку варенья за 6 минут, а Карлсон – в 2 раза быстрее. За какое время они съедят это варенье вместе?

- а) за 4 мин
- б) за 3 мин
- в) за 2 мин

г) за 1 мин

7. Решить уравнение  $\frac{5}{2x+3} + \frac{3-2x}{x+2} = 10$ .

8. Теплоход прошел 4 км против течения реки и затем прошел еще 33 км по течению, затратив на весь путь 1 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 6,5 км/ч.

9. Два экскаватора, работая совместно, могут вырыть котлован за 48 ч. За какое время каждый из них может вырыть котлован, работая в отдельности, если первому нужно на 40 ч больше, чем второму?

10. Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

**Методические материалы****Примеры типовых задач****Задачи на движение**

1. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
3. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.
4. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути - со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
5. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.
6. Два велосипедиста одновременно отправились в 143-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.
7. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
8. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 308 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 44 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
9. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 182 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.
10. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 30 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час 20 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.
11. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

### Задачи на смеси и сплавы

1. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй - 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава?
2. В сосуд, содержащий 180 г 70%-го водного раствора уксуса добавили 320 г воды. Найдите концентрацию уксусной кислоты в получившемся растворе.
3. Имеются два сплава, состоящие из золота и меди. В первом сплаве отношение масс золота и меди равно 8:3, а во втором - 12:5. Сколько килограммов золота и меди содержится в сплаве, приготовленном из 121 кг первого сплава и 255 кг второго сплава?
4. Смешали 10%-й раствор серной кислоты с 30%-м раствором той же кислоты. В результате получили 600 г 15%-го раствора серной кислоты. Сколько взяли того и другого раствора?
5. Смешав 40% и 15% растворы кислоты, добавили 3 кг чистой воды и получили 20% раствор кислоты. Если бы вместо 3 кг воды добавили 3 кг 80% раствора той же кислоты, то получили бы 50%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 40% -го и 15% растворов кислоты было смешано?
6. Сколько нужно добавить воды в сосуд, содержащий 150 г 70% -го раствора уксусной кислоты, чтобы получить 6 % раствор уксусной кислоты?
7. К 12 кг сплава меди и олова добавили 8 кг другого сплава, содержащего те же металлы в обратной пропорции, получив в итоге сплав, содержащий 55% меди. Сколько процентов меди было в каждом из исходных сплавов?
8. Раствор соли массой 40 кг разлили в два сосуда так, что во 2-ом сосуде чистой соли оказалось на 2 кг больше, чем в 1-ом. Если бы во 2-ой сосуд добавили ещё 1 кг соли, то количество соли в нём стало бы вдвое больше, чем в 1-ом сосуде. Сколько раствора было в 1-ом сосуде?
9. Имеется два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке 2,5 раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40% золота. Определить, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплавке равных по весу частей первого и второго слитков получается слиток, в котором содержится 35% золота.
10. Имеется два раствора серной кислоты в воде: первый 40% и второй 60%. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-ый раствор. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-ый раствор. Сколько было 40%-го и 60%-го растворов?

### Задачи на работу

1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?
2. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?
3. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?
4. На изготовление 16 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 40 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
5. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 378 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?
6. Заказ на 153 детали первый рабочий выполняет на 8 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 8 деталей больше?

7. На изготовление 459 деталей первый рабочий затрачивает на 10 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 567 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 6 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
8. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 15 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 2 дня выполняет такую же часть работы, какую второй - за 3 дня?
9. Десять работников должны были выполнить работу за 8 дней. Когда они проработали 2 дня, то оказалось, что закончить работу необходимо уже через 3 дня. Сколько еще нужно взять работников, если известно, что производительность труда у работников одинаковая?
10. Студенческая бригада подрядилась выложить плиткой пол площадью  $210 \text{ м}^2$ . Приобретая опыт, студенты в каждый последующий день, начиная со второго, выкладывали на  $1,5 \text{ м}^2$  больше, чем в предыдущий, и запасов плитки им хватило ровно на 9 дней работы. Планируя, что производительность труда будет увеличиваться таким образом, бригадир определил, что для завершения работы понадобится еще 6 дней. Сколько коробок с плитками ему надо заказать, если одной коробки хватает на  $1,3 \text{ м}^2$ , а для замены некачественных плиток понадобится 2 коробки?

### Задачи на проценты

1. В 2008 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 9%, а в 2010 году - на 4% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?
2. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 36% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?
3. Восемь рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов двенадцать рубашек дороже куртки?
4. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 108%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
5. Дима, Артем, Гриша и Игорь учредили компанию с уставным капиталом 150000 рублей. Дима внес 24% уставного капитала, Артем - 60000 рублей, Гриша - 0,22 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Игорь. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 600000 рублей причитается Игорю? Ответ дайте в рублях.
6. Акционерное общество «МММ-лимитед» объявило котировку своих акций на ближайшие 3 месяца с приростом в процентах последовательно по месяцам на 243 %, 412 % и 629 % по отношению к каждому предыдущему месяцу. Каков средний ежемесячный рост котировок акций за указанный период?
7. Себестоимость изделия понизилась за 1 полугодие на 10 %, а за второе – на 20 %. Определить первоначальную себестоимость изделия, если новая себестоимость стала 576 руб.
8. Пусть вкладчик положил на счет в банке 25000р. и в течение 3-х лет не будет снимать деньги со счета. Подсчитаем, сколько денег будет на счете вкладчика через 3 года, если банк выплачивает 30% в год, и проценты после каждого начисления присоединяются к начальной сумме 25000р., т.е. капитализируются.
9. Зарплата служащему составляла 20000р. Затем зарплату повысили на 20%, а вскоре понизили на 20%. Сколько стал получать служащий?
10. На товар снизили цену сначала на 20%, а затем еще на 15%. При этом он стал стоить 23,8 тыс.р. Какова была первоначальная цена товара?
11. Завод увеличивал объем выпускаемой продукции ежегодно на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что за 2 года объем выпускаемой продукции увеличился на 21%.

12. Цену товара первоначально понизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 30% и, наконец, после пересчета произвели снижение на 50%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

## ЗАДАЧИ ЭНШТЕЙНА

### МЕДВЕДЬ

Охотник неожиданно столкнулся на пустыре нос к носу с медведем. Оба испугались и побежали в разные стороны: охотник – на север, а медведь – на запад. Пробежав какое-то расстояние, охотник опомнился, направил ружьё точно на Юг, выстрелил и убил медведя.

Какого цвета был медведь?

#### Решение

История эта произошла на Северном полюсе. Когда охотник стрелял, он, должно быть, находился непосредственно на самом центре Северного полюса. Теперь более-менее ясно? Нетрудно будет догадаться, что медведь мог быть исключительно БЕЛЫМ. Я слышал другие варианты решений этой головоломки (даже такие, в которых утверждается, что на Северном и Южном полюсах медведи не водятся), но предложенное выше объяснение кажется мне наиболее разумным.

### СОСЕДИ

Некоторые утверждают, что эта загадка была составлена Эйнштейном в детстве, и что 98% людей не сумеют решить эту задачу.

На улице стоят 5 домов разного цвета. В каждом доме живёт человек другой национальности. У каждого есть свой любимый напиток, каждый предпочитает свою марку сигарет и у каждого есть своё отличное от всех других домашнее животное.

1. Англичанин живёт в красном доме.
2. Швед держит собаку.
3. Датчанин пьёт чай.
4. Зелёный дом стоит рядом с белым домом, слева.
5. Хозяин зелёного дома любит кофе.
6. Человек, который курит “Pall Mall”, разводит птиц.
7. Владелец жёлтого дома предпочитает курить “Dunhill”.
8. Человек, живущий в доме посередине, пьёт только молоко.
9. Норвежец живёт в первом доме.
10. Человек, который курит “Blends” живёт по соседству с владельцем кошек.
11. Хозяин лошади живёт по соседству с курильщиком “Dunhill”.
12. Тот, кто курит “Blue Master”, пьёт пиво.
13. Немец предпочитает сигареты “Prince”.
14. Дом норвежца стоит рядом с голубым домом.
15. Один из соседей курильщика “Blends” пьёт только воду.

Кто разводит рыбок?

Вы относитесь к 2%, которые могут решить эту задачу?

#### Решение

Говорят, что этот опрос был составлен Альбертом Эйнштейном, и, по его словам, 98% не решат его.

Есть ряд из пяти домов, каждый из которых имеет свой цвет. В этих домах живут пять человек разных национальностей. Каждый из них питает своего зверя, любит разные напитки и курит сигары разных марок.

1. Брит живет в Красном доме.
2. Швед держит собак в качестве домашних животных.
3. Датчанин пьет чай.

4. Зеленый дом находится слева от Белого дома.
  5. Владелец Зеленого дома пьет кофе.
  6. Человек, который курит Pall Mall, выращивает птиц.
  7. Хозяин Желтого дома курит Данхилл.
  8. Человек, живущий в центре дома, пьет молоко.
  9. Норвежец живет в первом доме.
  10. Человек, который курит смесь, живет рядом с тем, кто держит кошек.
  11. Человек, который держит лошадей, живет рядом с человеком, который курит Dunhill.
  12. Человек, который курит Blue Master, пьет пиво.
  13. Немец курит принца.
  14. Норвежец живет рядом с Голубым домом.
  15. У человека, который курит смесь, есть сосед, который пьет воду.
- Кто из пяти владельцев домов держит рыбу в качестве домашнего животного? (ты один из 2%).

Здесь приведены дедуктивные шаги, следуя которым можно получить решение. Суть метода заключается в том, чтобы попытаться вписать известные соотношения в таблицу, последовательно исключая невозможные варианты. Ключевые умозаключения выделены курсивом.

### Шаг 1

По условию норвежец живёт в первом доме (10). Не имеет значения, откуда — слева или справа — ведётся нумерация. Нас интересует только порядок домов, а не направление, в котором они нумеруются.

Из (10) и (15) следует, что второй дом синий. Какого цвета первый дом? Не зелёный и не белый, потому что они должны стоять рядом (это следует из 6-й посылки и того, что 2-й дом синий). Не красный, потому что там живёт англичанин (2). Поэтому *первый дом жёлтый*.

Из этого следует, что в первом доме курят Kool (8), а во втором доме держат лошадь (12).

Что пьёт норвежец, который живёт в первом, жёлтом доме и курит Kool? Это не чай, поскольку чай пьёт украинец (5). И не кофе, потому что кофе пьют в зелёном доме (4). И не молоко, которое пьют в третьем доме (9). И не апельсиновый сок, потому что человек, который пьёт сок, курит Lucky Strike (13). Следовательно, норвежец пьёт воду, и это ответ на первый вопрос загадки.

| Дом            | 1        | 2      | 3      | 4 | 5 |
|----------------|----------|--------|--------|---|---|
| Цвет           | жёлтый   | синий  | ?      | ? | ? |
| Национальность | норвежец | ?      | ?      | ? | ? |
| Напиток        | вода     | ?      | молоко | ? | ? |
| Сигареты       | Kool     | ?      | ?      | ? | ? |
| Животное       | ?        | лошадь | ?      | ? | ? |

### Шаг 2

Тогда что же курят во втором, синем доме, где, как мы знаем, держат лошадь?

Это не Kool, который курят в первом доме (8). И не Old Gold, поскольку тот, кто их курит, разводит улиток (7).

Предположим, что в нём курят Lucky Strike, что означает, что здесь же пьют апельсиновый сок (13). В таком случае, кто может здесь жить? Это не норвежец — он живёт в первом доме (10). Не англичанин — его дом красный (2). Не испанец, поскольку испанец держит собаку (3). Не украинец, потому что украинец пьёт чай (5). И не японец, который курит Parliament (14). Так как данная ситуация невозможна, то во втором доме курят не Lucky Strike.

Предположим, что во втором доме курят Parliament, из чего следует, что здесь живёт японец (14). В таком случае, что он пьёт? Не чай, поскольку чай пьёт украинец (5). Не кофе — кофе пьют в зелёном доме (4). Не молоко — молоко пьют в третьем доме (9). И не сок, потому что

сок пьёт человек, который курит Lucky Strike (13). Итак, данная ситуация также невозможна, и во втором доме курят не Parliament.

Следовательно, *во втором доме курят Chesterfield*.

Какой национальности человек, живущий во втором, синем доме, предпочитающий Chesterfield и держащий лошадь? Это не норвежец — он в первом доме (10). Не англичанин — он в красном доме (2). Не испанец — у испанца собака (3). Не японец — японец курит Parliament (14). Значит, во втором доме живёт украинец и, как следует из (5), пьёт чай!

| Дом            | 1        | 2            | 3      | 4 | 5 |
|----------------|----------|--------------|--------|---|---|
| Цвет           | жёлтый   | синий        | ?      | ? | ? |
| Национальность | норвежец | украинец     | ?      | ? | ? |
| Напиток        | вода     | чай          | молоко | ? | ? |
| Сигареты       | Kool     | Chesterfield | ?      | ? | ? |
| Животное       | ?        | лошадь       | ?      | ? | ? |

### Шаг 3

Так как Chesterfield курят во втором доме, то из (11) нам становится известно, что лису держат либо в первом, либо в третьем доме.

Давайте сначала предположим, что лиса в третьем доме. В таком случае, что пьёт человек, который курит Old Gold и разводит улиток (7)? Мы уже исключили воду и чай на предыдущих шагах. Он также не может пить сок, поскольку сок пьёт человек, который курит Lucky Strike (13). Молоко тоже не подходит — его пьют в третьем доме (9), где, как мы предположили, держат лису. Остаётся кофе, который, по условию, пьют в зелёном доме (4).

Итак, если в третьем доме держат лису, то в зелёном доме живёт человек, который курит Old Gold, разводит улиток и пьёт кофе. Кто этот человек? Он не норвежец — норвежец в первом доме (10). Не украинец — тот пьёт чай (5). Не англичанин — тот живёт в красном доме (2). Не японец — он курит Parliament (14). И не испанец — у испанца собака (3).

Такая ситуация невозможна. Из чего следует, что *лису держат в первом доме*, а не в третьем.

| Дом            | 1        | 2            | 3      | 4 | 5 |
|----------------|----------|--------------|--------|---|---|
| Цвет           | жёлтый   | синий        | ?      | ? | ? |
| Национальность | норвежец | украинец     | ?      | ? | ? |
| Напиток        | вода     | чай          | молоко | ? | ? |
| Сигареты       | Kool     | Chesterfield | ?      | ? | ? |
| Животное       | лиса     | лошадь       | ?      | ? | ? |

### Шаг 4

Из всего вышеизложенного следует, что кофе и апельсиновый сок пьют в четвёртом и пятом доме. Не имеет значения, какой из напитков — в каком доме; будем просто называть их «дом, где пьют сок» и «дом, где пьют кофе».

Итак, где живёт человек, который курит Old Gold и разводит улиток? Не в доме, где пьют сок, потому что там курят Lucky Strike (13).

Предположим, что он живёт в доме, где пьют кофе. Тогда человек, который курит Old Gold, разводит улиток и пьёт кофе, живёт в зелёном (4) доме. Опять же, по тем же соображениям, что и в шаге 3, это невозможно.

Значит, человек, который курит Old Gold и разводит улиток, живёт в третьем доме.

| Дом            | 1        | 2        | 3 | 4 | 5 |
|----------------|----------|----------|---|---|---|
| Цвет           | жёлтый   | синий    | ? | ? | ? |
| Национальность | норвежец | украинец | ? | ? | ? |

|                 |             |              |          |   |   |
|-----------------|-------------|--------------|----------|---|---|
| <b>Напиток</b>  | <i>вода</i> | чай          | молоко   | ? | ? |
| <b>Сигареты</b> | Kool        | Chesterfield | Old Gold | ? | ? |
| <b>Животное</b> | лиса        | лошадь       | улитки   | ? | ? |

Отсюда следует, что Parliament курят в зелёном доме, где пьют кофе, а живёт там японец (14). Это означает, что испанец — тот, кто пьёт апельсиновый сок, курит Lucky Strike и держит собаку. Продолжая эти рассуждения, приходим к выводу, что англичанин должен жить в третьем доме, и дом этот — красный. Методом исключения получаем, что дом испанца белый.

|                       |             |              |            |              |            |
|-----------------------|-------------|--------------|------------|--------------|------------|
| <b>Дом</b>            | <b>1</b>    | <b>2</b>     | <b>3</b>   | <b>4</b>     | <b>5</b>   |
| <b>Цвет</b>           | жёлтый      | синий        | красный    | белый        | зелёный    |
| <b>Национальность</b> | норвежец    | украинец     | англичанин | испанец      | японец     |
| <b>Напиток</b>        | <i>вода</i> | чай          | молоко     | сок          | кофе       |
| <b>Сигареты</b>       | Kool        | Chesterfield | Old Gold   | Lucky Strike | Parliament |
| <b>Животное</b>       | лиса        | лошадь       | улитки     | собака       | ?          |

Теперь мы заполнили все пробелы, кроме одного, и, очевидно, что зебру держит японец.

#### Ответ

|                       |             |              |            |              |              |
|-----------------------|-------------|--------------|------------|--------------|--------------|
| <b>Дом</b>            | <b>1</b>    | <b>2</b>     | <b>3</b>   | <b>4</b>     | <b>5</b>     |
| <b>Цвет</b>           | жёлтый      | синий        | красный    | белый        | зелёный      |
| <b>Национальность</b> | норвежец    | украинец     | англичанин | испанец      | японец       |
| <b>Напиток</b>        | <i>вода</i> | чай          | молоко     | сок          | кофе         |
| <b>Сигареты</b>       | Kool        | Chesterfield | Old Gold   | Lucky Strike | Parliament   |
| <b>Животное</b>       | лиса        | лошадь       | улитки     | собака       | <i>зебра</i> |

#### Замечание

В вышеизложенном решении неявно предполагалось, что первый дом — крайний слева. Если предположить, что первый дом — крайний справа, получим немного другую ситуацию, но тот же ответ. Норвежец всё так же пьёт воду, а японец держит зебру.

|                       |              |              |            |              |             |
|-----------------------|--------------|--------------|------------|--------------|-------------|
| <b>Дом</b>            | <b>5</b>     | <b>4</b>     | <b>3</b>   | <b>2</b>     | <b>1</b>    |
| <b>Цвет</b>           | белый        | зелёный      | красный    | синий        | жёлтый      |
| <b>Национальность</b> | испанец      | японец       | англичанин | украинец     | норвежец    |
| <b>Напиток</b>        | сок          | кофе         | молоко     | чай          | <i>вода</i> |
| <b>Сигареты</b>       | Lucky Strike | Parliament   | Old Gold   | Chesterfield | Kool        |
| <b>Животное</b>       | собака       | <i>зебра</i> | улитки     | лошадь       | лиса        |

#### 5 КОРАБЛЕЙ

В порту есть пять стоящих на якоре кораблей.

Греческий корабль уходит в шесть и перевозит кофе.

Корабль посередине имеет черный дымоход и уходит в восемь.

Английский корабль уходит в девять.

Французский корабль с голубым дымоходом находится где-то слева от корабля, который возит кофе.

Справа от корабля, везущего какао, стоит корабль, идущий в Марсель.

Бразильский корабль отправляется в Манилу.

Рядом с кораблем, перевозящим рис, есть корабль с зеленым дымоходом.

Корабль в Геную уходит в пять.

Испанский корабль уходит в семь и он стоит на якоре где-то справа от корабля, идущего в Марсель.

Корабль с красным дымоходом едет в Гамбург в шесть.

Рядом с кораблем, уходящим в семь, есть корабль с белым дымоходом.

Корабль с краю перевозит кукурузу. Корабль, перевозящий кукурузу стоит на якоре рядом с кораблем, перевозящим рис.

Какой корабль отправляется в Порт-Саид, а какой возит чай?

### Решение

Испанский корабль везет кукурузу в Порт-Саид.

Французский везет чай в Геную.

| Флаг корабля | Время отправления | Груз       | Цвет трубы | Пункт назначения |
|--------------|-------------------|------------|------------|------------------|
| Французский  | 5 ч               | <b>чай</b> | синий      | Генуя            |
| Греческий    | 6 ч               | кофе       | красный    | Гамбург          |
| Бразильский  | 8 ч               | какао      | черный     | Манилы           |
| Английский   | 9 ч               | рис        | белый      | Марсель          |
| Испанский    | 7 ч               | зерно      | зеленый    | <b>Порт-Саи</b>  |

## КОЗА, ВОЛК И КАПУСТА

Крестьянин купил на базаре козу, кочан капусты и волка. По дороге домой надо было переправиться через реку. У крестьянина была маленькая лодка, в которую кроме него могла поместиться только одна из его покупок.

Как ему переправить все товары через реку, если нельзя оставлять козу наедине с капустой и волка наедине с козой?

### Решение

Сначала перевезти на другой берег козу. Затем вернуться за капустой, привезти ее на берег к козе, поменять их местами (капусту оставить на берегу, а козу к себе в лодку), с козой в лодке отправиться на другой берег к волку. Высадить козу и взять на борт волка, отвезти волка к капусте на другой берег. Съездить и привезти козу.

## ЛЮДОЕДЫ И МИССИОНЕРЫ

Три миссионера и три людоеда должны перебраться через реку. У них есть одна лодка, в которой помещаются только двое. Во избежание трагедии нельзя оставлять вместе больше людоедов, чем миссионеров. Как переправиться через реку?

### Решение

1 Каннибал и 1 миссионер туда, миссионер обратно.

2 Каннибала туда, 1 каннибал обратно.

3. 2 миссионера туда, 1 миссионер и 1 каннибал обратно.

4. 2 миссионера туда, 1 каннибал обратно.

И этот каннибал забирает остальных каннибалов на другую сторону.

## СЕМЬЯ

Отец, мать и двое детей – сын и дочь, должны переправиться через реку. Поблизости случился рыбак, который мог бы одолжить им свою лодку. Однако, в лодке могут поместиться только один взрослый или двое детей. Как семье переправиться через реку и вернуть рыбаку его лодку?

### Решение

первыми переправляются дети.

Сын возвращается к маме-папе.

Папа едет на берег к дочери, потом дочь едет за братом и возвращается с ним к папе.

Сын едет к маме, отдает ей лодку, чтобы она переплыла к папе и дочери.

После того, как мама переправилась, дочь садится в лодку и едет к брату, подбирает его, и вместе они едут к родителям.

Дочь остается с родителями, а сын едет к рыбаку, отдает ему лодку.

Рыбак едет к родителям и высаживается.

Дочь садится и едет за братом, привозит его с собой обратно (наконец-то вся семья снова вместе), они отдают лодку рыбаку.

Лодка пересекла реку 13 раз.

## ЛЮДИ И ОБЕЗЬЯНЫ

Три человека, одна большая и две маленькие обезьяны должны переправиться через реку. Есть одна лодка, в которой может поместиться не больше двоих. Только люди и большая обезьяна умеют грести. Нельзя, чтобы оставались вместе больше обезьян, чем людей, иначе обезьяны сожрут людей. Обезьяны могут выпрыгивать на берег, когда лодка причаливает.

Как им переправиться через реку?

### Решение

ЧЧЧОоо . .

ЧЧЧо Оо> .

ЧЧЧо <О о

ЧЧЧ Оо> о

ЧЧЧ <О оо

ЧО ЧЧ> оо

ЧО <Чо Чо

Чо ЧО> Чо

Чо <Чо ЧО

оо ЧЧ> ЧО

оо <О ЧЧЧ

о Оо> ЧЧЧ

о <О ЧЧЧо

. Оо> ЧЧЧо

. . ЧЧЧОоо

## БОЯЗНЬ ТЕМНОТЫ

Одной семье надо пройти на другую сторону длинного, узкого и очень тёмного тоннеля. Отец может пройти сквозь тоннель за 1 минуту, мать – за 2, сын – за 4 и дочь за 5 минут. У них есть один факел, которого хватит ровно на 12 минут. В тоннеле могут идти не больше двух человек с факелом. Как всей семье перебраться на другую сторону тоннеля, если все боятся темноты?

### Решение

Сначала мама и папа – 2 минуты.

Папа возвращается - 3 минуты. Дети идут к маме – 8 минут.

Мама возвращается к папе – 10 минут, и они вдвоем идут к детям – 12 минут.

## ЦВЕТЫ

Сколько у меня цветов, если все из них, за исключением двух, розы; а также все из них, за исключением двух, тюльпаны; помимо этого, все из них, за исключением двух, маргаритки?

### Решение

Существует два возможных варианта решения. Три цветка: роза, тюльпан, маргаритка. Два цветка: гвоздика, герань.

## **ВЫЧИТАНИЕ**

---

Сколько раз можно вычесть число 2 из числа 32?

### **Решение**

Только один раз. После того, как вычесть 2 из 32, Вы будете вычитать 2 уже из 30, потом из 28 итд.

## **ПАРИКМАХЕРСКИЕ**

---

Остановившись проездом в маленьком городе, турист решил постричься. В городе было всего две парикмахерские, одна на улице Восточной, другая на улице Западной. В парикмахерской на Восточной был беспорядок, и сам парикмахер был пострижен отвратительно. В парикмахерской на Западной было чисто, и причёска у парикмахера была как у кинозвезды.

В какую из двух парикмахерских направился приезжий и почему?

### **Решение**

Приезжий направился в парикмахерскую на Восточной улице. Он рассуждал так: "Если в городе только две парикмахерские, то парикмахер с Восточной улицы, должно быть, стригся у парикмахера с Западной улицы, и наоборот". Так что, если приезжий хочет выглядеть так же привлекательно, как и парикмахер с Западной улицы (тот, что с отличной причёской), ему надо пойти к тому, кто стриг парикмахера с Западной улицы, то есть к парикмахеру с Восточной улицы.

И еще один момент: парикмахерская на Западной улице такая чистая и опрятная потому, что клиентов там достаточно мало.

## **УБИЙСТВО В ПУСТЫНЕ**

---

А, В и С переходили через пустыню. А задумал убить С, подлил ночью в его воду яда и уехал от каравана. В тоже хотел убить С. Не зная, что вода уже отравлена, той же ночью он проделал дыру в бурдюке с водой С и уехал от каравана. С остался один без воды и через несколько дней умер от жажды. Кто является убийцей, А или В?

### **Решение**

Не всё так просто. На мой взгляд, однозначного ответа на этот вопрос не существует. Каждая точка зрения имеет право на существование. Большинство считает, что убийцей был А. Адвокат В обязательно бы упомянул два факта: во-первых, вылить отравленную воду из чьей-то сумки вовсе не значит убить этого человека; и во-вторых, В продлил жизнь С, сам того не зная (он мог умереть от отравления ядом гораздо быстрее, чем от жажды). Однако адвокат А мог бы привести следующий аргумент в защиту своего подопечного: «Почему А виновен в смерти С, если С не выпил ни капли яда?». Математик и философ Рэймонд Меррилл Смаллиан так подытожил свою точку зрения на правосудие, моральную сторону вопроса и логику в отношении данного случая. С моральной точки зрения, очевидно, что А и В виновны в попытке совершения преступления. С точки зрения правосудия, два разных вида обвинения, которые можно им предъявить, существенно разнятся в избранной мере наказания. А логика дает нам возможность написать целую книгу, опираясь всего лишь на этот случай.

## **СТАРШИЙ БЛИЗНЕЦ**

---

В один прекрасный день у Керри был день рождения. А через два дня день рождения был у её брата-близнеца Терри. Как так получилось?

Эта загадка заняла первое место на конкурсе «Как так?» в журнале "Гэймз магазин" ("Games Magazine") в 1992 году.

### **Решение**

Во время путешествия на яхте у женщины, беременной двумя близнецами, начались схватки. Старший близнец Терри родился рано утром 1 марта. Затем яхта пересекла международную линию смены дат. И получилось так, что младший близнец, девочка Кэрри, родилась 28 февраля. В високосный год младшая сестра-близнец празднует свой день рождения на два дня раньше, чем её старший брат.

### **ЛАМПОЧКИ**

В закрытой комнате на чердаке висят три лампочки. Три выключателя к трём лампочкам – внизу, на первом этаже. Можно щёлкать выключателями сколько угодно, и можно оставить их в любом положении. Но после этого разрешён только один поход наверх, чтобы определить, каким из выключателей включается каждая лампочка.

### **Решение**

Включите одну из лампочек и оставьте её включенной на несколько минут... ну, чтобы она нагрелась. И после этого всё, что останется сделать – это выключить её, включить другую лампочку, залезть на чердак, потрогать лампочки и определить, какая из них была включена первой (та, что ещё теплая). Теперь нетрудно будет догадаться, какую вы включили второй, а какую еще не включали.

### **МЯЧИК В ТРУБЕ**

Ваш последний мячик для настольного тенниса закатился в трубу, вертикально заделанную в цементный пол на 30 см в глубину. Труба лишь чуть шире, чем мячик. В вашем распоряжении имеются только ракетка для настольного тенниса, шнурки от ботинок и пластиковая бутылка с питьевой водой (бутылка шире отверстия в трубе). Как достать теннисный шарик, не повредив его?

### **Решение**

Все предложенные подручные средства Вам не помогут. Всё, что от Вас требуется – это вылить воду из бутылки в трубу, чтобы теннисный мячик всплыл на поверхность. Отговорки вроде «у меня недостаточно воды» не пройдут. Вспомните, что Вы пили за весь день, и можно ли это как-нибудь применить с пользой для дела?

### **ПОЕЗДКИ В ЛИФТЕ**

Каждое утро один человек спускается на лифте с десятого этажа, где находится его квартира, и идёт на работу. Когда он возвращается с работы в дождливые дни, или если в лифте с ним находятся другие люди, он едет на свой 10-й этаж. Во всех остальных случаях он поднимается на лифте только до 7-го этажа и оставшийся путь идёт по лестнице пешком.

Только один ответ по-настоящему удовлетворителен.

### **Решение**

Этот человек невысокого роста. Он не может достать до верхних кнопок в лифте, но может попросить кого-нибудь из находящихся с ним в кабине людей нажать нужную кнопку. Или достать до неё с помощью зонта.

### **БРОСАНИЕ МЯЧА**

Вы бросили мяч, и он прилетел к Вам назад, ни обо что не ударившись на своём пути и не попав к кому-либо в руки. Как вам это удалось?

### **Решение**

Подбросьте мяч вертикально вверх.

## МАГНИТ

Эта задачка позаимствованна из рубрики занимательных задач, опубликованных Мартином Гарднером в журнале "Сайнтифик американ" ("Scientific American").

В комнате нет никаких железных предметов, кроме двух металлических стержней, один из которых – магнит. Как определить, который из стержней – магнит?

### Решение

Подвесьте железные стержни на веревочке и посмотрите, который из них развернется и сориентируется на север (ну или подвесьте стержни по отдельности). Гарднер предлагает ещё один вариант решения: возьмите один из стержней и дотроньтесь его концом до середины второго стержня. Если они притягиваются, то у Вас в руке магнит. У настоящего магнита полюса будут расположены на концах, а не посередине. Именно поэтому если взять железный стержень и дотронуться его концом до середины магнита, они притягиваться не будут. Этот вариант работает при условии, что полюса магнита расположены на его концах. Если же полюса магнита расположены по всей его длине, данный способ решения несколько затруднителен тем, что в таком случае один железный стержень следует вращать вокруг своей оси и в то же время удерживать один из концов второго стержня у середины первого. Если вращающийся стержень – магнит, сила притяжения будет меняться по мере его вращения. Если же вращающийся стержень не является магнитом, сила притяжения постоянна (если, конечно, Вы сумеете аккуратно удерживать их в постоянном положении относительно друг друга).

## ОСАДА ЗАМКА

На квадратном острове стоит квадратный замок, окружённый по всему квадратному периметру глубоким рвом шириной в десять метров. Из-за досадного просчёта, в распоряжении у армии, пришедшей штурмовать замок, имеются перекидные мосты длиной всего лишь девять с половиной метров каждый. Как же решить проблему перехода через ров?

### Решение

Можно положить один перекидной мост на угол рва (таким образом, образуется треугольник). Затем с середины данного моста перебросить другой перекидной мост к углу замка. Парочка простых уравнений поможет Вам убедиться, что этого будет достаточно.

## МИКРОБЫ

В пробирку посадили микроб ровно в 12 часов дня. Каждую минуту микроб делится на два таких же микроба, те, в свою очередь, через минуту тоже делятся, и т.д. В 12:43 после полудня пробирка была наполовину заполнена. Когда пробирка будет заполнена целиком?

### Решение

Поверхность чашки Петри будет полностью покрыта бактериями в 12:44.

## НАСЛЕДСТВО ШАХА

Шейх приказал своим двум сыновьям оседлать верблюдов и гнать на них через пустыню в один удалённый город. Чей верблюд придёт к финишу последним, тот и будет приемником шейха и получит всё его наследство. Два дня сыновья бродили по городу, не зная, что делать. Наконец, они обратились к мудрецу, который дал им совет. После этого молодые люди вскочили на верблюдов и изо всех сил погнали через пустыню. Что посоветовал мудрец?

### Решение

Мудрец сказал: «Поменяйтесь верблюдами!»

## **ФИЛОСОФ И ЧАСЫ**

Один рассеянный древний философ забыл завести единственные в его доме часы. Когда часы остановились, философу не от куда было узнать время. У него не было ни радио, ни телевизора, ни телефона, ни интернета... Тогда философ отправился пешком к другу, который жил всего в нескольких километрах от него. Там он и заночевал. А на следующий день философ вернулся домой и установил на часах правильное время. Каким образом он определил время?

### **Решение**

Философ мог перед выходом из дома завести свои часы и поставить произвольное время. Таким образом, зная время своего отсутствия по домашним часам, а также время прибывания у друга по его часам, философ мог вычислить время, потраченное на дорогу, а после этого и правильное время прибытия домой.

## **МАГИСТРЫ ЛОГИЧЕСКИХ НАУК**

Три магистра заспорили, кто из них умнее. Чтобы разрешить спор, пришлось позвать главного магистра, который предложил следующий тест: «Пусть все завяжут глаза, а я нарисую каждому на лбу либо красную, либо синюю точку. Когда я сниму ваши повязки с глаз, каждый, кто видит хоть одну красную точку, должен поднять руку. После этого вы должны угадать, какого цвета точка у вас на лбу. Кто первый угадает – тот и умнее!»

Магистры послушно завязали глаза, и главный магистр нарисовал каждому на лбу пятно красной кисточкой. Сняв повязку, все три конкурента подняли руку, как им и было предписанно. После этого они задумались. Наконец один сказал: «У меня на лбу красная точка». Как он угадал?

### **Решение**

Выигравший магистр, должно быть, рассуждал следующим образом: руки подняли все трое из нас, и я вижу две красные точки, таким образом, на мне либо синяя, либо красная точка. Если бы на мне была синяя точка, то два других магистра видели бы одну красную и одну синюю точку. Тогда, если какой-либо из них видит мою синюю точку, и каждый из них поднимает руку, то они видят красные пятна на друг друге, но они продолжают молчать и руки не поднимают (а им, не забываем, ума не занимать), а это значит, что предположение о синем пятне на моем лбу неверно – у меня красное пятно. Иными словами, каждый из нас (назовем нас буквами А, В, С (С-это я)) поднял руку, что означает, что каждый из нас видит хотя бы одно красное пятно на лбу другого.

Если у С на лбу синее пятно, то А и В видят, во-первых, что у всех руки подняты, во-вторых, видят одно красное пятно (иначе бы они руку не поднимали), и в-третьих, видят одно синее пятно (на лбу у С, то есть у меня). Следовательно, А и В будут оба рассуждать следующим образом: если у двух других магистров руки подняты, а я вижу одну красную и одну синюю точку, тогда магистр с красной точкой на лбу поднял руку, потому что он где-то видит красную точку, а это может только означать, что он видит красную точку на мне, то есть у меня на лбу красная точка. Но ни А, ни В ничего не говорят, а значит они не уверены так, как если бы они были уверены в правильности своих предположений, если бы они увидели на моем лбу синюю точку. Если они не видят на моем лбу синюю точку, значит они должны видеть там красную точку. Следовательно, у меня на лбу красная точка.

## **МАГИСТРЫ ЛОГИЧЕСКИХ НАУК II (КОЛПАКИ)**

Два магистра, проигравшие соревнование с пятнами на лбу, пожаловались, что победитель замешкался с поднятием руки и, таким образом, сбил их с толку. Уязвлённый главный магистр пообещал придумать такое новое испытание, чтобы никто не мог пожаловаться на неравные шансы. Он показал троим конкурентам 5 колпаков – 2 белых и 3 чёрных. После этого он выключил в комнате свет, надел на голову каждому магистру по колпаку и спрятал два оставшихся. Однако прежде, чем он успел включить свет, один из конкурентов закричал: «Я знаю, какой

на мне колпак!» И назвал свой колпак правильно. Так получилось, что это оказался тот же магистр, который выиграл и первый турнир. Как он угадал?

### Решение

Важным моментом в этой задачке является тот факт, что у всех магистров были одинаковые шансы на выигрыш. Если бы одному из них одели черный колпак, а двум другим по белому колпаку, то магистр в черном колпаке моментально догадался бы о том, какого цвета на нем колпак (в то время как другие два магистра еще бы долго ломали голову). Поэтому один черный и два белых колпака не дают магистрам равных шансов.

Если же задействовать два черных и один белый колпак, то у магистров в черных колпаках будет преимущество. Увидев один черный и один белый колпак на головах двух сидящих напротив магистров и предположив, что на нём самом сейчас белый колпак, магистр будет ожидать моментальной реакции от того, кто в черном колпаке, следуя логике предыдущей задачи.

Но если оба магистра в черных колпаках молчат – значит они, каждый сам по себе, постепенно догадаются, что на них черный колпак. В то время как магистр в белом колпаке будет обречен на вечные раздумья, видя перед собой обоих магистров в черных колпаках. Поэтому такой расклад также не дает магистрам равных шансов.

Получается, что единственный способ предоставить всем трём равные шансы – это одеть на них одинаковые черные колпаки. Надеюсь, это понятно.

## МАГИСТРЫ ЛОГИЧЕСКИХ НАУК III (РАЗНОЦВЕТНЫЕ МАРКИ)

Эта головоломка немного сложнее.

Главный магистр показал 3-м своим ученикам А, В и С 8 разноцветных марок – 4 зелёных и 4 красных. После этого он наклеил каждому на лоб по две так, чтобы ученик знал, какие марки у других, но не свои. Оставшиеся 2 марки главный магистр спрятал в карман, и никто не видел, какие именно марки он спрятал. После этого главный магистр задавал А, В и С по очереди один и тот же вопрос: «Знаешь ли ты цвет своих марок?» И он получил следующие ответы:

А: «Нет»

В: «Нет»

С: «Нет»

А: «Нет»

В: «Да»

Какого цвета были марки у В и у двух других магистров?

### Решение

Магистр В рассуждал следующим образом: «Допустим, у меня красная-красная. Тогда на втором круге магистр А подумал бы: «Я вижу на магистре В красную-красную. Если у меня тоже красная-красная, то все красные марки бы на этом закончились, и магистр С сразу бы понял, что на нем зелёная-зелёная. Но магистр С ничего не сказал, а значит у меня не красная-красная. Положим, у меня зелёная-зелёная. В таком случае магистр С сразу бы понял, что если на нем красная-красная, то я бы увидел четыре красных и сразу бы ответил еще на первом круге, что на мне зелёная-зелёная. С другой стороны, если на магистре С тоже зелёная-зелёная. (Предполагается, что магистры А и С могут видеть друг друга. Ну так, на всякий случай напомним...), тогда магистр В увидел бы четыре зеленых и на первом же круге сразу бы ответил, что на нём красная-красная. Следовательно, магистр С понял бы, что если на мне (магистре А) зелёная-зелёная, а на магистре В красная-красная, и ни магистр А, ни магистр В не смогли ответить на вопрос на первом круге, то на магистре С зелёная-красная. Но магистр С к такому выводу не пришел, поэтому вариант зелёная-зелёная на моём лбу отпадает. А если у меня не может быть ни красная-красная, ни зелёная-зелёная, значит у меня остается только вариант зелёная-красная. Магистр В продолжил свои рассуждения: «Но магистр А не ответил, что у него на лбу красная-зелёная, так что моё предположение о том, что у меня на лбу красная-красная, неверно. На этом же основании я могу сделать вывод о том, что на мне не зелёная-зелёная. Тогда остается только

одно – на мне красная-зелёная.» Таким образом, на магистре В были красная и зелёная марки. О том, какие марки были у других магистров, мы точно сказать не можем. (На самом деле при решении этой задачки можно пойти с конца и догадаться, что у того магистра, который ответил, что знает, какие на нём марки, должно было созреть такое решение, которое сработает, если сочетание марок будет смешанным, то есть красная-зелёная.)

## **ИНДЕЙСКИЙ ТЕСТ**

---

Воинствующее индейское племя взяло в плен трёх бледнолицых. По старинному обычаю, пленным был предложен тест. Вождь показал им 5 головных повязок – 3 белых и 2 красных. Пленным завязали глаза, надели на головы повязки, выстроили их друг за другом, затылок в затылок, и развязали глаза. Последний в строю видит повязки на двух стоящих впереди него товарищах, второй – повязку первого, а первый не видит никого. По правилам, пленникам даётся только одна попытка угадать цвет своей повязки. Эту догадку может озвучить любой из них, и, если он угадает цвет своей повязки, то всех троих отпустят на свободу. К счастью, все трое оказались студентами академии логических наук, и им не составило труда с достоинством выдержать этот тест. Через несколько минут тишины стоящий спереди сказал: «Я знаю, какого цвета на мне повязка. Она ...» Какого цвета была его повязка, и как он догадался?

### **Решение**

Стоящий спереди (тот, который не мог видеть головные повязки стоящих за ним товарищей) размышлял следующим образом: стоящий последним молчит, что означает, что он затрудняется дать ответ – следовательно, он видит, как минимум одну повязку белого цвета. Тот, что стоит посередине, тоже молчит, прекрасно понимая то, что видит перед собой последний (судя по молчанию последнего). Если бы на моей голове была красная повязка, то тот, кто стоит позади меня, точно бы знал, что на его голове белая повязка. Но все молчат. Следовательно, у меня на голове не красная повязка, а белая.

## **РОЖДЕСТВЕНСКАЯ ЁЛКА**

---

На ёлке среди других игрушек висят четыре ангелочка А, В, С и D с нимбом над головой. Ангелочки знают, что два из них имеют золотой нимб и два – голубой. Каждый из них может видеть только то, что находится внизу, и не видит даже свой собственный нимб. А сидит на самом верху, под ним висит В, ниже С, а D в самом низу скрыт ото всех других густыми ветвями ёлки так, что другие ангелочки его даже не видят. Кто из ангелочков может первым угадать и произнести во всеуслышанье цвет своего нимба?

### **Решение**

Есть два варианта решения этой задачи.

1. Если у ангелочков В и С нимб одинакового цвета, тогда ангелочек А сразу же догадался бы о том, какого цвета у него нимб (отличный от того, который у этих двух ангелочков).
2. Если у ангелочков В и С нимб разного цвета, тогда ангелочек А был бы озадачен и не смог бы сразу дать ответ, а его замешательство послужит сигналом для ангелочка В, который сразу догадается, какого цвета его нимб, посмотрев на ангелочка С (отличный от того, который у ангелочка С).

## **БЛИЗКИЙ РОДСТВЕННИК**

---

Я смотрю на фотографию человека. И хотя у меня нет ни братьев, ни сестёр, отец человека на фотографии приходится также сыном моему отцу. Кто изображён на фотографии?

### **Решение**

Это мой сын.

## **МЕШОК С ГОРОХОМ И ЧЕЧЕВИЦЕЙ**

---

Бедный крестьянин собрался на рынок продавать горох и чечевицу. Однако у него был только один мешок. Поэтому он насыпал полмешка гороха, перевязал мешок посередине и засыпал в верхнюю часть мешка чечевицу. На рынке к нему подошёл богатый трактирщик, который хотел купить горох. У трактирщика был свой мешок, который он не желал обменивать на старый залатанный мешок крестьянина. Как переложить горох в мешок покупателя, не высыпая зёрен на стол/землю/рубашку и т.д.?

### **Решение**

Высыпать чечевицу в мешок трактирщика, перевязать этот мешок веревкой посередине и вывернуть его наизнанку. Высыпать горох в вывернутый наизнанку мешок, подставить освобождённый мешок крестьянина к тому месту, откуда посыпется чечевица, если развязать завязанную ранее веревку, и высыпать чечевицу обратно в мешок крестьянина.

## **ЯБЛОКИ**

---

В корзинке пять яблок. Как поделить их между пятью детьми так, чтобы одно яблоко осталось в корзинке?

### **Решение**

Четыре ребенка получают по яблоку, а пятый ребенок получит яблоко в корзине (корзину с лежащим в ней яблоком).

## **МОРСКИЕ БАЙКИ**

---

Капитан большого корабля рассказал интересную историю: «Заплыли мы в далёкие моря. И вот стоит один матрос на одном борту и смотрит на Восток, а другой матрос - на противоположном борту и смотрит на Запад. И в то же время оба ясно видят друг друга». Правда ли это?

### **Решение**

Моряки стояли лицом друг к другу и спиной к бортам корабля. И неважно, на какую сторону был сориентирован корабль.

## **ЛЕСТНИЦА НА БОРТУ**

---

Стоит корабль в порту на якоре. А с борта свисает лестница, касаясь самой нижней ступенькой поверхности воды. Длина лестницы от верхней до нижней ступеньки 180 см. Расстояние между ступеньками – 20 см. Начался прилив, и вода каждый час поднимается на 15 см. Через какое время вода дойдёт до 7-й ступеньки сверху?

### **Решение**

Если во время прилива вода прибывает, то и корабль на воде она тоже поднимает. Таким образом, вода так и будет доставать только до первой ступеньки.

## **СЧЁТ В ОТЕЛЕ**

---

Три человека сняли комнату в отеле, заплатив \$30. Спустя некоторое время заведующий отеля заметил, что цена комнаты должна быть \$25. Он отправил коридорного с \$5, чтобы тот вернул сдачу посетителям. Коридорный решил, что \$5 трудно разделить между тремя людьми, и оставил \$2 себе, а гостям отдал только \$3. Таким образом, три посетителя заплатили по \$10 и получили назад по \$1 каждый. То есть втроем по \$9 каждый -- \$27. Плюс \$2 осталось у коридорного, итого \$29. Где ещё один доллар?

### **Решение**

Вы тоже попались на эти чепуховые рассуждения об обратном счёте? На самом деле каждый гость действительно заплатил по \$9, потому что все вместе они отдали \$30 и назад получили \$3.

Менеджер взял \$25, а оставшуюся разницу в \$2 присвоил коридорный ( $9 \times 3 = 27$ ;  $27 - 25 = 2$ , то есть все деньги на месте, мы ничего не забыли). Прибавлять \$2 к \$27 – полная чепуха, потому что эти \$2 остались в кармане коридорного.

### НЕБОЛЬШОЙ ОТЕЛЬ

---

В отель, где было всего 12 комнат, приехало 13 человек, и каждый хотел поселиться в отдельной комнате. Находчивый коридорный решил проблему. Он попросил тринадцатого посетителя подождать вдвоём вместе с первым в комнате номер 1. В комнату №2 он поселил 3-го, в комнату №3 – 4-го, и т.д., так что 12-й поселился в комнате №11. После этого коридорный пригласил 13-го посетителя (ожидавшего вместе с первым в комнате №1) поселиться в свободной комнате №12. Как это у него получилось?

#### Решение

Ну конечно же это невозможно! Прочитайте задание внимательнее ещё раз. Во вторую комнату должен был идти гость номер два (а не номер три), потому что тринадцатый гость ждал в комнате номер 1 (именно тринадцатый, а не второй).

### ОЗАДАЧИВАЮЩАЯ БОЛТОВНЯ (АВТОР СЭМ ЛОЙД)

---

Два школьника, запутавшись в днях недели, остановились на дороге, чтобы разобраться. «Когда «послезавтра» будет «вчера», -- сказала Присцилла, - тогда «сегодня» будет настолько же далеко от воскресения, насколько тот день, который был «сегодня», когда «позавчера» было «завтра». В какой день недели происходил разговор?

#### Решение

Бедные дети настолько запутались в календарных днях, что вышли в школу в воскресенье утром.

### ДВОЙНЯШКИ

---

Две девочки родились от одной женщины, в одно и то же время – год, месяц, день. И при этом они не двойняшки. Почему?

#### Решение

Эти две девочки – двое из тройняшек.

### ПРЕВРАТНОСТИ ВОЙНЫ

---

А вот вариация на известную задачу Льюиса Кэрролла, автора «Алиса в стране чудес».

100 солдат получили в бою следующие ранения: 85 солдат потеряли ногу, 80 потеряли руку, 70 потеряли глаз и 75 потеряли ухо. Сколько, как минимум, было солдат, которые получили все четыре ранения?

#### Решение

Если сложить все боевые ранения, то получится, что на 100 бойцов приходится 310 ранений. То есть как минимум 100 солдат (не все 100 солдат, конечно, а 100 солдат как часть от 310 ранений на человека из 400 возможных) потеряли три части тела, а 10 (остаток, полученный при делении 310 на 100) потеряли все 4 части тела. (На самом деле, потерять все 4 части тела могли до 70 бойцов.)

Ещё один способ решить эту задачку таков. Нарисуйте в ряд 100 условных частей тела и сравните количество разных видов ранений, отсчитывая их с противоположных частей линии. Таким образом найдите, где в этом ряду все 4 вида ранений пересекаются. Обозначим левую сторону линии «ЛС», правую сторону «ПС», а пересечение значений «П». И получим: 70ЛС и 75ПС, затем 45П 45ЛС и 85ПС, затем 30П 30ЛС и 80ПС, и, наконец, увидим, что 10П бойцов потеряли все четыре части тела.

## ЁРШ

В одном стакане 100 грамм тоника, в другом 100 грамм водки. Перелейте 30 г тоника в стакан с водкой, хорошо размешайте и перелейте 30 г смеси назад в стакан с тоником. Чего теперь больше: тоника в водочном стакане, или водки в стакане из-под тоника?

### Решение

Содержание водки и тоника в обоих стаканах одинаково.

## СЛУЧАЙ ВО ВРЕМЕНИ

Минута – и это случилось однажды.

Момент – и это случилось дважды.

Тысяча лет – и этого не было и нет.

Что это?

### Решение

Посмотрите внимательно, сколько раз в этих трёх словах встречается буква «м».

## КОРОТКИЕ ЗАГАДКИ

- Почему нельзя похоронить в Канаде человека, живущего в США?
- Разрешено ли мужчине, по законам Калифорнии, жениться на сестре своей вдовы? Почему?
- Человек построил дом, у которого все четыре стороны выходят на Юг. Мимо пробежал большой медведь. Какого цвета был медведь? Почему?
- Было три яблока. Два из них вы забрали. Сколько у вас осталось яблок?
- Один заядлый болельщик хоккея мог правильно назвать счёт ещё до начала любого матча. Как ему это удавалось?
- Для разведения огня у вас есть спирт, бензин, керосин, уголь, полный коробок спичек и комок ваты. Что вы зажжёте в первую очередь?
- Почему китайские мужчины съедают риса больше, чем японские мужчины?

### Решение

- Зачем же хоронить живого человека?
- Нет, вступление в брак с мертвым человеком незаконно. Да и как же он женится, если он мёртв?
- Медведь был белого цвета, поскольку дом стоит на Северном полюсе.
- Если вы забрали два яблока, то у вас, естественно, так и остается только два яблока.
- Если мне не изменяет память, по правилам хоккея, перед любым матчем счёт должен быть 0:0.
- Спичку, конечно же.
- Потому что мужчин-китайцев больше, чем мужчин-японцев.

## НА РАЗВИЛКЕ

Вы подъехали к развилке двух дорог. Одна из них ведёт в Лжегород, где находится универсальный магазин разгадок Вселенной, которые отпускают за бесплатно. Другая дорога ведёт в Правдоград, где есть бензоколонка. Жители Лжегорода всегда лгут, а жители Правдограда всегда говорят правду и только правду. На развилке дежурят по одному представителю от каждого из двух городов. Вы не знаете, кто из них откуда. Как узнать, которая дорога ведёт в Правдоград, если вам разрешено задать только один вопрос только одному представителю?

### Решение

Существует несколько вариантов подобных вопросов.

1. Косвенный вопрос: «Эй ты! Что скажет тот человек, если я у него спрошу, куда ведет эта дорога?». Ответ на такой вопрос всегда будет противоречить тому, куда дорога ведет в действительности.
2. Вопрос с подковыркой: «Эй ты! Тот человек, что дежурит у дороги, ведущей в Правдоград, он родом оттуда?». Ответ будет положительным только в двух случаях: либо это житель Правдограда, стоящий на дороге в Правдоград, либо житель Лжегорода, стоящий на той же самой дороге. В обоих случаях можно быть уверенным, что при утвердительном ответе это дорога действительно приведёт Вас в Правдоград. Таким же образом можно сформулировать и вопрос с отрицанием.
3. Или же другой, мудрёный вопрос: «Эй ты! Что бы ты сказал, если бы я спросил тебя...?». Житель Правдограда всегда ответит правду, а житель Лжеграда соврёт. Однако благодаря формулировке вопроса лжецу придется соврать два раза, а то есть сказать правду.

## **В ЗАЛЕ СУДА I**

---

А теперь несколько случаев с жителями острова, где все люди делятся на две группы - тех, кто всегда говорит только правду, и тех, кто всегда лжёт. Подсудимому в зале суда предоставлено слово в свою защиту. При этом можно сказать не более одного предложения. Подсудимый немного подумал и сказал: «Преступление совершил лгун». Помогло ли это ему?

### **Решение**

Да, помогло. Если он из тех, кто всегда говорит правду, то преступление совершил лжец. Если же он лжец, то его утверждение указывает на то, что виновен человек, который всегда говорит только правду. Таким образом, его утверждение в любом случае указывает на его невиновность.

## **В ЗАЛЕ СУДА II**

---

Подсудимый нанял адвоката, все заявления которого суд принимает как чистую и неоспоримую правду.

В суде были сделаны следующие заявления:

Прокурор: «Если подсудимый совершил преступление, то у него был сообщник».

Адвокат: «Прокурор сказал неправду!»

Помог ли адвокат своему клиенту?

### **Решение**

Заявление прокурора можно назвать лживым только при условии, что гипотеза (та часть заявления, что упомянута в начале предложения) является правдой, а вывод (та часть предложения, что завершает заявление) является ложью. Исходя из этого факта, адвокат вовсе не помог своему клиенту - на самом деле он сказал, что его клиент виновен и действовал без сообщников.

## **В ЗАЛЕ СУДА III**

---

Представьте, что Вы житель острова, где все люди делятся на две группы – тех, кто всегда говорит только правду, и тех, кто всегда лжёт. Вас обвинили в преступлении и привели в суд, где Вам разрешено сказать только одно предложение в свою защиту. Что бы Вы сказали в следующей ситуации?

- Суд установил, что преступление было совершено лжецом. Вы невиновны. Вы лжец, о чём суду неизвестно.
- Суд установил, что преступление было совершено человеком, всегда говорящим правду. Вы невиновны. Вы всегда говорите правду, о чём суду неизвестно.
- Вы невиновны. Помимо этого, суд установил, что преступление было совершено не «нормальным» человеком. Нормальные люди – это группа новых иммигрантов, которые иногда лгут, а иногда говорят правду. Какое предложение докажет Вашу невиновность вне зависимости от того, к какой из трех групп людей Вы принадлежите?

### Решение

- «Признаю себя виновным. Это сделал я».
- «Я невиновен».
- «Либо я всегда говорю правду, и я невиновен, либо я лжец и я виновен» = «Я либо невиновный правдолюб, либо виновный лгун».
- Суд пришел к следующему заключению:
  1. Если он всегда говорит правду, то его заявление правдиво, и он невиновен.
  2. Если он лжец, то его заявление лживо, и он не может быть невиновным правдолюбом, равно как и виновным лжецом. А это значит, что он невиновный лжец.
  3. Если он «нормальный», то он невиновен, поскольку "нормальный" человек не мог свершить такое.

### ЛАРЕЦ ПАНДОРЫ I

---

В некотором царстве, некотором государстве жила красавица по имени Пандора. И ей очень хотелось, чтобы её избранник был очень умным и сообразительным. Поэтому она придумала несколько головоломок для проверки интеллектуальных способностей своих женихов. Вот одна из них.

Исходя из надписей на трёх ларцах, определите, в котором из ларцов находится обручальное кольцо, при условии, что надписи либо неверны все, либо лишь одна из них верна.

Золотой ларец «Кольцо в этом ларце».

Серебряный ларец «Кольцо не в этом ларце».

Бронзовый ларец «Кольцо не в золотом ларце».

### Решение

Исходя из условий головоломки, только одна надпись может оказаться правдивой. А это значит, что кольцо в серебряном ларце.

### ЛАРЕЦ ПАНДОРЫ II

---

А вот вторая головоломка. По крайней мере, одна надпись верна, и, как минимум, одна неверна. А это значит, что кольцо находится в ...?

Золотой ларец «Кольцо не в серебряном ларце».

Серебряный ларец «Кольцо не в этом ларце».

Бронзовый ларец «Кольцо в этом ларце».

### Решение

Кольцо лежит в золотом ларце. Иначе все утверждения будут либо все правдивы, либо все лживы.

### ОСТРОВ БААЛ

---

На острове Баал живут только люди и странные обезьяны, которых невозможно отличить от людей. Любой из жителей острова говорит или только правду, или только неправду.

Кто следующие двое?

А: «Б лживая обезьяна. Я человек».

Б: «А сказал правду».

### Решение

Двойное утверждение, использованное А, верно только при условии, что обе его части верны. Предположим, что В – честный человек, в таком случае А также честен (именно так говорит В), поэтому В – лжец, как утверждает А, что противоречит нашему предположению. Поэтому В – лжец. Прекрасно это осознавая, В сказал, что А – тоже лжец. Таким образом, первое утверждение А является ложью, и В – не лживая обезьяна. Однако В, как мы уже выяснили, – точно лжец, а это значит, что В не обезьяна. В – нечестный человек. Второе утверждение А показывает нам, что А – обезьяна. Следовательно, А – лживая обезьяна.

## **ПРАВДА, ЛОЖЬ И МУДРОСТЬ**

---

В старинном индийском храме восседали три богини: Правда, Ложь и Мудрость. Правда говорит только правду, Ложь всегда лжёт, а Мудрость может сказать правду или солгать. Паломник спросил у богини слева: «Кто сидит рядом с тобой?»

«Правда», - ответила та.

Тогда он спросил у средней: «Кто ты?»

«Мудрость», -- отвечала она.

Наконец он спросил у той, что справа: «Кто твоя соседка?»

«Ложь», -- ответила богиня.

И после этого паломник точно знал, кто есть кто.

### **Решение**

Обозначим каждую богиню определённой буквой. В нашем распоряжении следующие утверждения:

1. А говорит, что В – Правда.
2. В говорит, что она Мудрость.
3. С говорит, что В – Ложь.

Первое предложение подсказывает нам, что А не Правда. Второе предложение также было сказано не Правдой, следовательно, Правда – С. Откуда ясно, что последнее предложение верно: В – Ложь, а А – Мудрость.

## **МОНЕТЫ**

---

На столе три монеты: золотая, серебряная и медная. Если вы произнесёте утверждение, которое окажется правдой – Вам дадут монету. За неправду Вам не дадут ничего.

Что надо сказать, чтобы получить золотую монету?

### **Решение**

«Ты дашь мне ни медную и не серебряную монету». Если это утверждение верно, то мне дадут золотую монету. Если моё утверждение неверно, тогда верным должно быть обратное утверждение, а именно: «Ты дашь мне либо медную, либо серебряную монету». Но тогда это противоречит условиям задания – за ложь монеты давать не должны.

Следовательно, первоначальное утверждение верно.

## **СОСУДЫ С ВОДОЙ I**

---

Отмерьте ровно 4 литра, если у вас есть 3-литровая банка, 5-литровая банка и неограниченный доступ к воде.

### **Решение**

Наберите пятилитровую банку воды и наполните водой из этой банки трехлитровую банку, затем трехлитровую банку вылейте. Два оставшихся литра из пятилитровой банки перелейте в трехлитровую банку. Опять наберите полную пятилитровую банку воды и из неё долейте воды (1 литр) в трехлитровую банку.

Таким образом, сейчас в пятилитровой банке требовавшиеся 4 литра.

## **СОСУДЫ С ВОДОЙ II**

---

Дано: 8-литровый сосуд, заполненный водой, и два пустых сосуда – объёмом 3 и 5 литров.

Как разделить воду на две равные части (4 и 4 литра), используя наименьшее количество переливаний?

### **Решение**

Из 8-литрового сосуда отлейте 5 литров в 5-литровый сосуд.

Из 5-литрового сосуда отлейте 3 литра в 3-литровый сосуд.

Эти три литра вылейте назад в 8-литровый сосуд.

Из 5-литрового сосуда вылейте оставшиеся 2 литра в 3-литровый сосуд.

Из 8-литрового сосуда вылейте 5 литров в 5-литровый сосуд, а литр из 5-литрового сосуда перелейте в 3-литровый (в 5-литровом сосуде должно остаться 4 литра).

Из 3-литрового сосуда перелейте 3 литра назад в 8-литровый сосуд.

Вот и всё: оставшиеся 4 литра теперь в 8-литровом сосуде.

$8/8 - 0/5 - 0/3$

$3/8 - 5/5 - 0/3$

$3/8 - 2/5 - 3/3$

$6/8 - 2/5 - 0/3$

$6/8 - 0/5 - 2/3$

$1/8 - 5/5 - 2/3$

$1/8 - 4/5 - 3/3$

$4/8 - 4/5 - 0/3$

### **СОСУДЫ С ВОДОЙ III**

---

Дано: 7-литровый сосуд, заполненный водой, и два пустых – объёмом 4 и 3 литра. Поделите воду на 2, 2 и 3 литра, используя минимальное количество переливаний.

#### **Решение**

Каждая цифра в каждом числе означает количество литров в отдельном сосуде: 700-340-313-610-601-241-223 (переливать воду пришлось 6 раз)

### **СОСУДЫ С ВОДОЙ IV**

---

Отмерьте 6 литров воды, используя 4 и 9-литровые сосуды.

#### **Решение**

Для начала наполните водой 9-литровый сосуд.

Отлейте 4 литра в 4-литровый сосуд (в 9-литровом сосуде останется 5 литров) и вылейте всю воду из 4-литрового сосуда.

Опять перелейте из 9-литрового сосуда 4 литра воды в 4-литровый сосуд.

Опять опустошите 4-литровый сосуд.

Оставшийся в 9-литровом сосуде литр воды перелейте в 4-литровый сосуд.

Заново наполните 9-литровый сосуд водой и перелейте из него 3 литра в 4-литровый сосуд (в котором уже есть 1 литр воды).

Таким образом, требуемые 6 литров воды останутся в 9-литровом сосуде.

### **СОСУДЫ С ВОДОЙ V**

---

Отмерьте 2 литра воды, используя:

1. 4 и 5-литровые сосуды;
2. 4 и 3-литровые сосуды.

#### **Решение**

1. Наполните 5-литровый сосуд водой.

2. Перелейте из него в 4-литровый сосуд 4 литра и слейте всю воду из 4-литрового сосуда.

3. Оставшийся в 5-литровом сосуде 1 литр перелейте в 4-литровый сосуд.

4. Заново наполните 5-литровый сосуд водой и отлейте из него 3 литра воды в 4-литровый сосуд (где уже есть 1 литр). И тогда в 5-литровом сосуде останется 2 литра.

5. Тот же самый принцип, но всё в обратном порядке.

6. Наполните водой 3-литровый сосуд и перелейте всю воду в 4-литровый сосуд.

7. Заново наполните 3-литровый сосуд и из него отлейте воды в 4-литровый сосуд (туда влезет только 1 литр).

8. В 3-литровом сосуде останется 2 литра.

## **СОСУДЫ С ВОДОЙ VI**

Даны 3 сосуда: сосуд А (8-литровый с 5-ю литрами воды); сосуд В (5-литровый с 3-мя литрами воды); и сосуд С (3-литровый с 2-мя литрами воды). Отмерьте 1 литр, перелив воду только два раза.

### **Решение**

Перелейте 1 литр из сосуда А в сосуд С. Тогда в сосуде А останется 4 литра, а сосуд С окажется полным (3литра).

Перелейте 2 литра из сосуда С в сосуд В. Тогда сосуд В окажется полностью заполнен (5литров), а в сосуде С останется 1 литр.

## **ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ I**

У вас 10 мешков с монетами, по 1000 монет в каждом. В одном из мешков все монеты фальшивые. Настоящая монета весит 1 г., фальшивая – 1,1 г. Имея точные весы, как определить мешок с фальшивыми монетами с помощью только одного взвешивания?

Что если неизвестно, сколько мешков было с фальшивыми монетами?

### **Решение**

Если только один мешок наполнен фальшивыми монетами, тогда возьмите из первого мешка одну монетку, из второго мешка две монетки и десять монеток из десятого мешка. Взвесьте собранные монетки. Сравните показание весов с тем, которое было бы в идеале, если бы все монеты были бы настоящими. Полученная разница (число граммов) укажет на номер мешка с фальшивыми монетами.

Если же фальшивые монеты не в одном мешке, а в нескольких, то вариантов решения гораздо больше. Для примера дам такой вариант: 1, 2, 4, 10, 20, 50, 100, 200, 500 и 1000.

## **ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ III**

А эта задача ещё чуть посложнее предыдущей.

У вас есть 8 мешков с монетами по 48 монет в каждом. В пяти мешках настоящие монеты, а в остальных – фальшивые. С помощью одного взвешивания на точных весах определите все мешки с фальшивками, используя минимальное количество монет.

### **Решение**

Из первого мешка я монету не достаю (0), из второго мешка я достаю одну монету (1) и т.д. 2,4,7,13,24,44 монеты (из последнего восьмого мешка). Каждые три монеты, взятые вместе, уникальны в том плане, что дают определённый точный вес, позволяющий Вам определить мешки с фальшивыми монетами (всего используется 95 монет).

Иными словами, в трех мешках фальшивые монеты, которые (каждая) на один грамм легче стандартной монеты. Если все монеты в предложенном решении были бы настоящими, то их суммарный вес был бы 95кг (0+1+2+4+7+13+24+44). А теперь представьте, что на шкале весов Вы видите 94кг и 987 г - то есть на 13 граммов меньше. Поэтому фальшивые монеты должны быть в мешках 3/4/5, потому что мы взяли (2+4+7) монет из соответствующих мешков, чтобы получить те 13 фальшивых монет, что мы сейчас имеем.

## **ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ IV**

Один из 12-ти биллиардных шаров бракованный. Он весит или больше, или меньше, чем стандартный. У Вас есть чашечные весы-противовесы, на которых Вы можете сравнивать вес шаров. Какое минимальное количество взвешиваний гарантирует нахождение бракованного шара?

### Решение

Достаточно использовать весы три раза. Пометим шары числами от 1 до 12 и специальными символами:

$x?$  означает, что о шаре  $x$  нам ничего неизвестно;

$x<$  означает, что этот шар может быть легче остальных;

$x>$  означает, что этот шар может быть тяжелее остальных;

$x$  означает, что этот шар стандартный по весу.

Для начала на левую чашу положим шары 1? 2? 3? 4?, а на правую чашу шары 5? 6? 7? 8?. Если равновесия не достигнуто, то бракованный шар должен быть среди шаров под номерами 9-12. Теперь кладем на левую чашу 1.2.3. и на правую чашу 9?10?11? и смотрим на результат.

**ЕСЛИ ДОСТИГНУТО РАВНОВЕСИЕ**, то бракованным шаром является шар №12. Сравним шар №12 с любым другим шаром, мы узнаем, легче ли он или тяжелее. Если левая чаша тяжелее, то шар №12 стандартен по весу, а  $9< 10< 11<$ . Теперь взвешиваем  $9<$  and  $10<$ . Если они одинаковы по весу, то шар №11 легче всех остальных шаров. Если их вес разнится, то лёгкий шар тот, что выше на чаше весов.

**ЕСЛИ ПРАВАЯ ЧАША ТЯЖЕЛЕЕ**, то  $9> 10>$  и  $11>$ , и дальнейшие действия похожи на те, что свершались в предыдущем абзаце. Если левая чаша тяжелее, тогда  $1> 2> 3> 4>$ ,  $5< 6< 7< 8<$  и 9. 10. 11. 12. Теперь кладем на левую чашу  $1> 2> 3> 5<$ , а на правую чашу  $4> 9$ . 10. 11. Если достигнуто равновесия, то искомый шар – один из  $6< 7<$  и  $8<$ . Определить, какой именно из них искомый можно тем же способом, что описывалось выше про  $9< 10< 11<$

**ЕСЛИ ЛЕВАЯ ЧАША ТЯЖЕЛЕЕ**, то бракованный шар может быть либо  $5<$ , либо  $4>$ . Сравним, к примеру, 1. и  $4>$ . Если их вес одинаков, тогда шар №5 легче всех остальных шаров. В противном случае шар №4 тяжелее других (он ниже на чаше весов). Если левая чаша весов ниже, тогда все шары стандартного веса, за исключением  $1> 2>$  и  $3>$ . Определить, какой именно из них искомый бракованный шар – дело техники (описано в двух предыдущих абзацах (про  $9< 10< 11<$  и про  $9< 10< 11<$ )).

### ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ V

На рождественской ёлке висят три пары шаров: два белых, два голубых и два красных. Внешне шары одинакового размера. Однако в каждой паре есть один лёгкий и один тяжёлый шар. Все лёгкие шары весят между собой одинаково, и так же все тяжёлые шары. С помощью двух взвешиваний на чашечных весах определите все лёгкие и все тяжёлые шары.

### Решение

Положите один красный и один белый шар на левую чашу весов, а на правую чашу один синий и второй белый шар. Если достигнуто равновесие, то очевидно, что на каждой чаше есть один тяжёлый и один лёгкий шар. Поэтому достаточно сравнить два белых шара, чтобы узнать ответ на интересующий нас вопрос. Однако если после первого взвешивания равновесие не достигнуто, то на той стороне, что тяжелее, лежит тяжёлый белый шар. Следующим логическим шагом будет сравнение веса уже взвешенного красного шара и еще не взвешенного синего шара. После этого Вам уж точно должно стать ясно, какие шары лёгкие, а какие тяжёлые.

### ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ VI

Имеется девять мешков: восемь с песком и один – с золотом. Мешок с золотом только чуть тяжелее. Вам даётся два взвешивания на чашечных весах, чтобы найти мешок с золотом.

### Решение

Разделите девять мешков на три группы по три мешка каждая. Взвесьте две группы. Таким образом Вы узнаете, в какой из групп мешок с золотом. Теперь выберите 2 мешка из той группы, где точно есть мешок с золотом, и взвесьте их. Вот и всё.

## ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ VII

---

Имеется 27 теннисных шариков. 26 весят одинаково, а 27-й чуть потяжелее. Какое минимальное количество взвешиваний на чашечных весах гарантирует нахождение тяжёлого шарика?

### Решение

Достаточно воспользоваться весами три раза. Разделите 27 шариков на 3 группы, 9 шариков в каждой. Сравните две группы – бракованный шарик окажется в той группе, что потяжелее. Если весы достигли равновесия, то бракованный шарик в третьей группе. Таким образом мы определим группу из 9 шариков, один из которых искомый. Поделите эту группу на 3 подгруппы, по три шарика в каждой. Аналогично первому шагу сравните вес двух любых подгрупп. Теперь сравните два шарика (два из трех, среди которых точно должен быть искомый) и Вам всё будет ясно. Итак, мы нашли бракованный шарик и при этом воспользовались весами только три раза.

## ЗАДАЧА НА ВЗВЕШИВАНИЕ VIII

---

Купец уронил 40-фунтовую гирию, и она раскололась на 4 неравные части. Когда эти части взвесили, то оказалось, что вес каждой из них (в фунтах) - целое число. Более того, с помощью этих частей можно было взвесить на чашечных весах любой вес (представляющий собой целое число) до 40 фунтов. Сколько весила каждая часть?

### Решение

Осколки весили: 1 фунт, 3 фунта, 9 фунтов и 27 фунтов, что в сумме дает 40 фунтов.

## ПЕСОЧНЫЕ ЧАСЫ I

---

Как отмерить 9 минут с помощью 7-минутных и 4-минутных песочных часов?

### Решение

Переверните и те, и другие часы. Как только 4 минуты истекнут, переверните 4-минутные часы опять. Когда 7-минутные часы закончат отсчёт времени, переверните и их опять. На этот момент в 4-минутных часах останется песка на 1 минуту. Теперь внимательно следите, пока в 7-минутных часах ровно одну минуту (отмеренную по остатку песка в 4-минутных часах) песок будет сыпаться вниз. Как только эта минута в 4-минутных часах истечёт, переверните 7-минутные часы опять и подождите еще одну минуту, пока весь песок, количество которого насыпалось за одну минуту до этого, стечёт обратно.

Итого в цифрах мы получим:  $4+3+1+1=9$ .

## ПЕСОЧНЫЕ ЧАСЫ II

---

Учитель математики использовал необычный метод измерения времени, отведённого на экзамен. У него были 7-минутные и 11-минутные песочные часы. И чтобы отмерить 15 минут, он переворачивал часы только 3 раза. Объясните так. (Примечание: одновременное переворачивание обоих часов можно считать за одно переворачивание.)

### Решение

Как только тест начался, учитель перевернул и те, и другие часы. Как только 7-минутные часы закончили отсчет времени, учитель перевернул их опять (в 11-минутных часах на этот момент оставалось песка еще на 4 минуты). Когда время истекло в 11-минутных часах, учитель в последний раз перевернул 7-минутные часы.

## БИКФОРДОВЫ ШНУРЫ

---

Имеется два огнепроводных шнура, каждый из которых сгорает ровно за час. Однако шнуры горят неравномерно – некоторые их части горят быстрее, а некоторые медленнее. Как с помощью этих шнуров отмерить ровно 45 минут?

### Решение

Для начала подожгите оба конца первого шнура и один конец второго шнура. Как только первый шнур (тот, у которого Вы подожгли оба конца) догорит (через 30 минут), подожгите второй конец второго шнура (иначе второй шнур будет гореть еще 30 минут) - с этого момента он будет гореть не 30, а 15 минут. Весь процесс горения, таким образом, займет 45 минут.

## **ДЕНЬ РОЖДЕНИЯ**

---

Позавчера мне было 25. А в следующем году мне исполнится 28. Какой день - день моего рождения?

### **Решение**

День рождения у него 31 декабря, а фраза эта была сказана 1 января.

## **ПРОСТАЯ ДЕДУКЦИЯ**

---

Учитель сказал, что задумал два последовательных числа от 1 до 10. После этого он сообщил одному студенту одно из этих чисел, а второму – другое. Последовал такой разговор:

1-й студент: «Я не знаю другого числа».

2-й студент: «Я тоже не знаю другого числа».

1-й студент: «Теперь я знаю другое число».

Найдите все 4 возможные комбинации из двух чисел.

### **Решение**

Число, известное студентам, не может быть 1 и не может быть 10, иначе они бы запросто догадались о том, какое число известно их товарищу.

Решение, которое я предлагаю, предполагает отсчет с начала и с конца последовательности от 1 до 10. Тот факт, что второму студенту неизвестно число, сказанное первому студенту, - кризисный момент в рассуждениях первого студента. Если число, сказанное первому студенту – 2, то он будет ожидать, что число, сказанное второму студенту должно быть либо 1, либо 3. Поскольку второй студент говорит, что ему неизвестно число первого студента, то это число точно не 1. Поэтому первая возможная комбинация – это 2 и 3.

Если число первого студента – 3, то число второго студента должно быть 2 или 4. Но, если число первого студента – 2 (а второй студент осознавал, что число первого студента не 1), тогда ему было бы известно число первого студента. Однако второму студенту также неизвестно число первого студента (судя по его словам), а значит, у него число 4. Таким образом, вторая возможная комбинация – это 3 и 4.

Если аналогичным способом начать отсчет с другого конца последовательности, то две другие возможные комбинации будут 9 и 8, 8 и 7.

## **СЛОЖНАЯ ДЕДУКЦИЯ**

---

Эта задачка – одна из самых сложных в этом разделе.

Учитель сообщил, что задумал два натуральных числа больше единицы. Первому студенту он сообщил произведение этих чисел, а второму их сумму. Последовал такой разговор:

1-й студент: «Я не знаю сумму».

2-й студент: «Я знал, что ты не знаешь. Сумма меньше 14».

1-й студент: «Теперь я знаю эти числа».

2-й студент: «Я тоже».

Найдите эти два числа.

### **Решение**

Загаданные учителем числа были 2 и 9. Ниже приведена вся логическая цепочка рассуждений. (Примечание: Если приведённое ниже решение кажется Вам не совсем понятным, то чуть ниже Вы найдёте более детальный анализ алгоритма решения задачи на примере двух числовых комбинаций).

Итак, необходимо определить два натуральных числа больше 1 (единицы). Первый студент знает их произведение, а второму известна их сумма. Нам известно, что сумма задуманных чисел меньше 14, поэтому рассмотрим следующие варианты:

2 2 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

2 3 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

2 4 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

2 5 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

2 6

2 7 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

2 8

2 9

2 10

2 11 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

3 3 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

3 4

3 5 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

3 6

3 7 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

3 8 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14 (например,  $2+12$ ).

3 9 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

3 10 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

4 4

4 5

4 6 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

4 7 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

4 8 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

4 9 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

5 5 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

5 6 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

5 7 – НЕТ – иначе первый студент тоже знал бы их сумму...

5 8 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

6 6 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

6 7 – НЕТ – произведение этих чисел не дает таких вариантов, чтобы все другие возможные множители, дающее то же произведение, в сумме были меньше 14.

Итак, остаются следующие вероятные комбинации, которые рассмотрим более подробно:

2 6 – НЕТ – для суммы этих двух чисел невозможно подобрать другие слагаемые, дающие тот же результат (8), чтобы перемножив эти слагаемые (например,  $4 \times 4$ ), Вы получили бы произведение (16), другие возможные множители которого в сумме дают больше 14 (например,  $2+8=10$ ).

2 8

2 9

2 10

3 4 – НЕТ – для суммы этих двух чисел невозможно подобрать другие слагаемые, дающие тот же результат, чтобы перемножив эти слагаемые, Вы получили бы произведение, другие возможные множители которого в сумме дают больше 14.

3 6 – НЕТ – для суммы этих двух чисел невозможно подобрать другие слагаемые, дающие тот же результат, чтобы перемножив эти слагаемые, Вы получили бы произведение, другие возможные множители которого в сумме дают больше 14.

4 4 – НЕТ – для суммы этих двух чисел невозможно подобрать другие слагаемые, дающие тот же результат, чтобы перемножив эти слагаемые, Вы получили бы произведение, другие возможные множители которого в сумме дают больше 14.

4 5 – НЕТ – для суммы этих двух чисел невозможно подобрать другие слагаемые, дающие тот же результат, чтобы перемножив эти слагаемые, Вы получили бы произведение, другие возможные множители которого в сумме дают больше 14.

Второй студент (которому была известна сумма загаданных чисел) знал, что первому студенту (которому было известно произведение загаданных чисел) неизвестна сумма чисел, и думал, что первому студенту неизвестно, что сумма чисел меньше 14.

Остаются только три вероятные комбинации:

2 8 – произведение=16, сумма=10

2 9 – произведение=18, сумма=11

2 10 – произведение=20, сумма=12

Отбросим суммы, которые образуются путем сложения уникальных комбинаций чисел – если известно такое произведение чисел, при котором сумма очевидна (мы могли бы и гораздо раньше оговорить этот момент, но тогда потерялась бы вся прелесть головоломки) – потому что второй студент знал, что известная ему сумма точно не из этой комбинации чисел. Таким образом, сумма не может быть равна 10 (из-за 7 и 3, при которых произведение 21 явно выдаст эти числа). Второй студент знает, что первому студенту сумма неизвестна, но если бы сумма была бы равна 10, то первый студент знал бы сумму, если бы комбинация чисел была 7 и 3. Аналогичным способом отбрасываем сумму 12 (из-за 5 и 7, при умножении выдающие себя в уникальном произведении 35).

И остается только один вариант – числа 2 и 9. Задача решена.

Если приведённое выше решение кажется Вам не совсем понятным, то сейчас мы разберем более детально основной алгоритм решения задачи на примере двух числовых комбинаций.

Возьмём числа 6 и 2 и посмотрим, сработает ли такая комбинация.

Первому студенту известно произведение, а второму известна сумма этих чисел.

Значит, первому известно произведение 12, а второму – сумма 8.

Первый: «Я не знаю сумму».

Известное мне произведение равно 12, а получить такое произведение можно так: либо  $6 \times 2$ , либо  $3 \times 4$ . Значит, второму известна сумма, равная либо 8, либо 7.

Второй: «Я знал, что ты не знаешь. Сумма меньше 14».

Известная мне сумма равна 8, а получить такую сумму можно, сложив  $6+2$ ,  $5+3$  или  $4+4$ . Первый вариант слагаемых даст произведение 12, второй – 15, третий – 16.

Произведение, равное 15 можно сразу вычеркнуть (то есть вариант с числами 5 и 3 отбросить), потому что 15-число уникальное – его можно получить исключительно через натуральные числа 5 и 3, так что будь это именно такая комбинация чисел, студенту были бы известны и произведение, и сумма с самого начала.

Рассмотрим произведение 16. Его можно получить, если множители – либо  $4 \times 4$ , либо  $8 \times 2$ . В этом случае фраза, что сумма этих множителей представляла бы собой число  $<14$ , другому студенту никак не поможет ( $4+4$  и  $8+2 <14$ ).

Рассмотрим произведение 12. В этом случае студент будет рассчитывать на то, что возможные комбинации чисел – это  $4 \times 3$  или  $6 \times 2$ . Но и в этом случае фраза, что сумма этих множителей представляла бы собой число  $<14$ , другому студенту никак не поможет ( $4+3$  и  $6+2 <14$ ).

Следовательно, невозможно подобрать такую комбинацию чисел, составляющих в сумме число 8, где другие слагаемые, дающие ту же сумму, если их перемножить, дадут произведение, другие возможные множители которого в сумме дают больше 14. Например, если это 4 и 4, то нет

такой суммы из возможных других множителей произведения  $4 \times 4$ , которые в сумме дали бы число больше 14 ( $2+8=10$ ).

Первый: «Теперь я знаю эти числа».

Я не знал, то ли это  $6 \times 2$ , то ли это  $3 \times 4$ , а второй студент говорит мне, что сумма меньше 14. Но это абсолютно очевидно, что он подумал, что из суммы, равной 8 или 7, можно найти такой вариант слагаемых, произведение которых послужит суммой, которая должна быть больше 14.

Но мне его слова абсолютно не помогли, потому что  $6+2$  и  $3+4$  в любом случае меньше 14. Таким образом, комбинация чисел 6 и 2 неверна.

Теперь возьмём числа 9 и 2 и посмотрим, подходит ли такая комбинация.

Первому студенту известно произведение, а второму известна сумма этих чисел.

Значит, первому известно произведение 18, а второму – сумма 11.

Первый: «Я не знаю сумму».

Известное мне произведение равно 18, а получить такое произведение можно так:  $9 \times 2$  или  $6 \times 3$ .

Значит, второму известна сумма, равная либо 11, либо 9.

Второй: «Я знал, что ты не знаешь. Сумма меньше 14».

Известная мне сумма равна 11, а получить такую сумму можно, сложив  $9+2$ ,  $8+3$ ,  $7+4$  или  $6+5$ .

Первый вариант слагаемых даст произведение 18, второй – 24, третий – 28, четвёртый – 30.

Если первому студенту известно произведение, равное 18, то он будет рассматривать варианты комбинаций:  $9 \times 2$  и  $6 \times 3$ , поэтому если я скажу ему, что сумма должна быть меньше 14, это подскажет ему, что у меня есть и другая вероятность, при которой сумма будет больше либо равна 14. Так оно и есть (см три следующих абзаца):  $12+2$ ,  $14+2$  и  $15+2$ .

Если первому студенту известно произведение, равное 24, то он будет рассматривать варианты комбинаций  $6 \times 4$ ,  $8 \times 3$  и  $12 \times 2$ , но  $12+2$  – это уже 14, так что если произведение, известное первому студенту, было бы 24, то он не мог бы быть абсолютно уверен, что сумма будет меньше 14.

Если первому студенту известно произведение, равное 28, то он будет рассматривать варианты комбинаций  $7 \times 4$  или  $14 \times 2$ , но  $14+2=16$ , так что если произведение, известное первому студенту, было бы 28, то он не мог бы быть абсолютно уверен, что сумма будет меньше 14.

Если первому студенту известно произведение, равное 30, то он будет рассматривать варианты комбинаций  $5 \times 6$ ,  $10 \times 3$  и  $15 \times 2$ , но  $15+2=17$ , так что если произведение, известное первому студенту, было бы 30, то он не мог бы быть абсолютно уверен, что сумма будет меньше 14.

Первый: «Теперь я знаю эти числа». Я не знал, то ли это  $9 \times 2$ , то ли это  $6 \times 3$ , а второй студент говорит мне, что сумма меньше 14. Должно быть, у него были варианты с суммой  $\geq 14$ , но это невозможно для суммы 9, полученной с помощью комбинации из 6 и 3. Следовательно, известная ему сумма равна 11, и получена она путем сложения 9 и 2.

## СКОЛЬКО ЛЕТ ДЕТЯМ?

Два друга разговаривают:

- Питер, сколько лет твоим детям?
- Знаешь, Томас, у меня их трое. И если перемножить их возраста, то получится 36.
- Этого недостаточно...
- Сумма их возрастов равна количеству бутылок пива, что мы сегодня выпили.
- Этого всё ещё недостаточно.
- Хорошо. Последнее, что могу сказать – старший сын носит зеленую кепку.

Сколько лет детям Питера?

### Решение

Начнем с произведения трех множителей – 36. Напишите на бумаге все варианты трех множителей, дающих произведение, равное 36. Поскольку в сумме бутылок пива мы не можем быть уверены, напомним только те два варианта, что возможны с тремя множителями ( $1-6-6$  и  $2-2-9$ ), которые в сумме дают одинаковое число. Мы также знаем, что старший сын любит время от времени носить какой-то головной убор. Поэтому вариант  $1-6-6$  отпадает, поскольку нам нужен вариант, где есть только один старший ребенок.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЗНАК

---

Какой математический знак можно поставить между цифрами 5 и 9, чтобы получилось число больше, чем 5 и меньше, чем 9?

## ДРОБЬ

---

Расставьте все 9 цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, и 9 в числителе и знаменателе дроби, используя каждую цифру один и только один раз, так чтобы получилась дробь равная  $1/3$ .

### Решение

$$5832/17496 = 1/3$$

## ПЯТИЗНАЧНОЕ ЧИСЛО

---

Если приписать цифру 1 впереди некоего 5-тизначного числа, то получится число в 3 раза меньше, чем если приписать цифру 1 в конце этого же числа. Найдите это число.

### Решение

При помощи простого уравнения можно определить, что это число 42857.  $3(x+100000) = 10x+1$

## ШИФР

---

Найдите число, если:

1. Это число состоит из 6 разных цифр.
2. Чётные и нечётные цифры чередуются (ноль также может чередоваться и будет считаться четным числом).
3. Каждые две соседние цифры отличаются больше, чем на 1.
4. Число, состоящие из первых двух цифр, как и число, состоящие из средних двух цифр, делятся без остатка на число, составленное двумя последними цифрами.

У этой задачи существует больше одного варианта решения.

### Решение

Две последние цифры в числе могут быть следующими: 03, 05, 07, 09, 14, 16, 18, 25, 27, 29 и 30. Кратные (делящиеся без остатка) двузначные числа, (и при этом состоящие из четных и нечетных чередующихся цифр) для 03, 07, 09 и 18 будут следующими: 03 – 27, 63, 69, 81 07 – 49, 63 09 – 27, 63, 81 18 – 36, 72, 90. Существует 5 шестизначных чисел, удовлетворяющих условиям задания, которые можно составить из этих двузначных чисел: 692703, 816903, 496307, 816309 и 903618. (При условии, если считать, что число 903618 удовлетворяет условиям задания, не смотря на обратный порядок расположения четных и нечетных цифр.)

## ЗАГАДОЧНОЕ ЧИСЛО

---

Найдите число, обозначенное звёздочками, если известно следующее:

- Все 4 цифры неизвестного числа – разные.
- Ни одна из цифр не равна нулю.
- Ниже даны вспомогательные 4-хзначные числа, где каждый «0» справа от числа означает, что в этом числе есть цифра, которая совпадает с одной из цифр искомого числа, но находится в другой позиции.
- Каждый «+» справа от числа означает, что в этом числе есть совпадающая цифра, стоящая в той же позиции, как и цифра искомого числа.

$$6152 \quad +0$$

$$4182 \quad 00$$

$$5314 \quad 00$$

5789 +

-----

\*\*\*\*

### Решение

6741

### 1996

Пользуясь цифрами: «1», «9», «9» и «6» и знаками арифметических операций: «+», «-», «х», «:», знаком извлечения корня и скобками, получите следующие результаты:

29, 32, 35, 38, 70, 73, 76, 77, 100 и 1000.

Все четыре цифры должны быть использованы только в заданном порядке, каждая цифра только один раз, и нельзя переворачивать цифры вверх ногами.

### Решение

- $29 = -1 + [9] + [[9]6]$
- $32 = (1:[9]) \times 96$
- $35 = -19 + (9 \times 6)$
- $38 = 19:[9] \times 6$
- $70 = (1 + [9])[9] + 6$
- $73 = 19 + (9 \times 6)$
- $76 = 1 + (9 \times 9) - 6$
- $77 = -19 + 96$
- $77 = -19 + 96$
- $100 = 1 + [9] + 96$
- $1000 = (1 + 9)(9 - 6)$

### 100

Используя четыре семёрки (7) и одну единицу (1), получите число 100. Кроме 5-ти цифр, можно пользоваться обычными арифметическими операциями: «+», «-», «х», «:», знаком извлечения корня и скобками.

### Решение

$$100 = 177 - 77 = (7 + 7) \times (7 + (1:7))$$

### УРАВНЕНИЕ

Переставьте только одну цифру, так чтобы получилось равенство:

$$101 - 102 = 1$$

### Решение

$$101 - 10^2 = 1$$

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Существует бесконечное множество формул (функций), которым удовлетворяет заданная конечная последовательность чисел. Постарайтесь найти самые простые формулы для следующих последовательностей.

- 8723, 3872, 2387, ?
- 1, 4, 9, 18, 35, ?
- 23, 45, 89, 177, ?
- 7, 5, 8, 4, 9, 3, ?

- 11, 19, 14, 22, 17, 25, ?
- 3, 8, 15, 24, 35, ?
- 2, 4, 5, 10, 12, 24, 27, ?
- 1, 3, 4, 7, 11, 18, ?
- 99, 92, 86, 81, 77, ?
- 0, 4, 2, 6, 4, 8, ?
- 1, 2, 2, 4, 8, 11, 33, ?
- 1, 2, 6, 24, 120, ?
- 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, ?
- 5, 7, 12, 19, 31, 50, ?
- 27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, ?
- 126, 63, 190, 95, 286, 143, 430, 215, 646, 323, 970, ?
- 4, 7, 15, 29, 59, 117, ?
- 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5, ?
- 4, 4, 341, 6, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 6, 10, 4, 4, 14, 6, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 6, 22, 4, 4, 9, 6, ?

### Решение

- 8723, 3872, 2387, ? 7238
- 1, 4, 9, 18, 35, ? 68 ( $x^2+2$ , +1, +0, -1, -2)
- 23, 45, 89, 177, ? 353 ( $x^2-1$ )
- 7, 5, 8, 4, 9, 3, ? 10, 2 (2 серия ... 7, 8, 9, 10 / 5, 4, 3, 2)
- 11, 19, 14, 22, 17, 25, ? 20, 28 (2 серия ... 11, 14, 17, 20 / 19, 22, 25, 28)
- 3, 8, 15, 24, 35, ? 48 ( $x+5$ , +7, +9, +11, +13)
- 2, 4, 5, 10, 12, 24, 27, ? 54, 58 ( $x^2$ , +1,  $*2$ , +2,  $*2$ , +3,  $*2$ , +4)
- 1, 3, 4, 7, 11, 18, ? 29 ( $a+b=c$ ,  $b+c=d$ ,  $c+d=e$ )
- 99, 92, 86, 81, 77, ? 74 ( $x-7$ , -6, -5, -4, -3)
- 0, 4, 2, 6, 4, 8, ? 6 ( $x+4$ , -2, +4, -2, +4, -2)
- 1, 2, 2, 4, 8, 11, 33, ?
- 1, 2, 6, 24, 120, ? 720 ( $x^2$ ,  $*3$ ,  $*4$ ,  $*5$ ,  $*6$ )
- 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, ?
- 5, 7, 12, 19, 31, 50, ? 81 ( $a+b=c$ ,  $b+c=d$ ,  $c+d=e$  ...)
- 27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, ? 322, 161 ( $x^3+1$ , /2,  $*3+1$ , /2 ...)
- 126, 63, 190, 95, 286, 143, 430, 215, 646, 323, 970, ? 485, 1456 ( $x/2$ ,  $*3+1$ , /2,  $*3+1$  ...)
- 4, 7, 15, 29, 59, 117, ? 235 ( $x^2-1$ ,  $*2+1$ ,  $*2-1$  ...)
- 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5, 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5, ? 2, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2, 3, 2, 5
- 4, 4, 341, 6, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 6, 10, 4, 4, 14, 6, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 6, 22, 4, 4, 9, 6, ? 4, 4

### КИРПИЧ

Кирпич весит 1 килограмм плюс половину собственного веса. Сколько весит кирпич?

### Решение

Вам поможет обычное уравнение: 1 кирпич = 1кг +  $\frac{1}{2}$  кирпича, то есть  $x=1+x/2$ , откуда  $x-x/2=1$ , откуда  $2x-x=2$ , откуда  $x=2$ , то есть кирпич весит 2кг.

### МУХА

Два поезда, находящиеся на расстоянии 200 км, движутся навстречу друг другу со скоростью 50 км/ч каждый. Муха берёт старт с одного из поездов и летит по направлению к другому со скоростью 75 км/ч. Долетев до другого поезда, муха разворачивается и летит назад к первому. Так она летает туда и обратно, пока два поезда не сталкиваются, и насекомое погибает. Какое расстояние успела пролететь муха?

Есть два способа решить эту задачку, один – простой, другой – тяжёлый.

### **Решение**

Тяжёлый способ решения задачи: просчитать каждый отрезок пути. Гораздо проще решить задачу, если элементарно просчитать расстояние, которое сможет пролететь муха за 2 часа (именно через два часа поезда столкнутся) с постоянной скоростью 75км/ч. Она пролетит 150км.

### **ПОЕЗДА**

Из Бостона в Нью-Йорк выходит товарный поезд, двигаясь со скоростью 60 км/ч. Через 30 минут навстречу ему из Нью-Йорка в Бостон выходит пассажирский поезд,двигающийся со скоростью 80 км/ч.

Который из поездов будет ближе к Нью-Йорку в момент встречи? (Попросите помощи школьников - они наверняка быстрее справятся с задачей.)

### **Решение**

Когда поезда встретятся, они оба будут приблизительно на одном и том же расстоянии от Нью-Йорка.

Поезд, выехавший из Нью-Йорка, будет ближе к Нью-Йорку примерно на расстояние, равное длине одного поезда, потому что поезда движутся во встречном направлении. Ну это если под словом «встретятся» Вы подразумеваете именно «встретятся», а не «пересекутся в тот самый момент, когда один из поездов поравняется всеми своими вагонами с вагонами второго поезда».

### **СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ**

Половину пути до города, находящегося на расстоянии 60 км, я проехал со средней скоростью 30 км/ч. С какой скоростью я должен ехать остаток пути, чтобы общая средняя скорость всего путешествия была бы 60 км/ч?

### **Решение**

В данном случае невозможно найти желаемую среднюю скорость. Простая арифметика покажет, что даже при скорости 90км/ч, или любой другой скорости, результат не будет удовлетворять условиям задачи.

### **ПРОВОЛКА НАД ЭКВАТОРОМ**

Окружность Земли равна примерно 40000 км. Если протянуть проволоку над экватором вокруг Земли так, чтобы длина проволоки была бы только на 10 метров (0,01 км) длиннее окружности земли, сможет ли пролезть под этой проволокой блоха? Мышь? Человек?

### **Решение**

Давайте сравним первоначальный периметр с длиной проволоки. Первоначальный периметр равен  $2\pi r$  (два радиуса, помноженные на число Пи), в то время как длина проволоки -  $2\pi(r + \Delta r)$  (два новых радиуса, помноженные на число Пи). Разница между ними составляет примерно 1,6м. Невысокий человек запросто пройдет под такой проволокой в полный рост, а вот людям повыше придётся согнуться гуськом.

### **ДИОФАНТ**

Мало что известно о жизни одного греческого математика из Александрии, которого называют родоначальником алгебры. Предполагается, что он жил в 3-м веке нашей эры. По рассказам, на его надгробии была высечена следующая эпитафия:

«Детство Диофанта  $\frac{1}{6}$  жизни заняло;  $\frac{1}{12}$  жизни Диофант бороду растил; ещё  $\frac{1}{7}$  жизни Диофанта прошла до того, как он женился. Через 5 лет после свадьбы у Диофанта родился сын, который прожил только половину лет, что прожил его отец. А через 4 года после смерти сына умер Диофант». Сколько лет прожил Диофант?

### Решение

Следующее уравнение отображает все периоды жизни Диофанта:

$$1/6x + 1/12x + 1/7x + 5 + 1/2x + 4 = x;$$

Диофант прожил 84 года ( $x=84$ )

### ПАПИРУС АХМЕСА

---

В 1858 году Шотландский коллекционер Генри Райнд приобрел древнеегипетский папирус, подписанный именем «Ахмес». Этот свиток папируса, шириной 33 см и длиной 5,25 метров, является копией ещё более древнего математического руководства, относящегося ко времени фараона Аменемхета III. Вот одна задача из этого древнейшего из математических сборников:

Сто мер зерна надо поделить между пятью работниками так, чтобы второй получил настолько больше, чем первый, насколько третий больше, чем второй, и на столько же, насколько четвёртый больше, чем третий, и на столько же, насколько пятый больше, чем четвёртый. Сколько мер зерна должен получить каждый, если первый и второй работники вместе получают зерна в семь раз меньше, чем остальные три работника?

### Решение

Для решения задачи составим два равенства.  $5w + 10d = 100$ ;  $7*(2w + d) = 3w + 9d$ , где  $w$  – количество зерна для первого работника,  $d$  – разница в количестве зерна между двумя (следующими по порядку) работниками. Ответ: первому работнику  $10/6$  мер зерна, второму работнику  $65/6$  мер зерна, третьему работнику  $120/6$  (20) мер зерна, четвертому работнику  $175/6$  мер зерна, пятому работнику  $230/6$  мер зерна.

### СКОЛЬКО ОСТАЛОСЬ ДО ПОЛУНОЧИ?

---

Через два часа до полуночи останется в два раза меньше, чем оставалось бы через час.

Который сейчас час?

### Решение

21:00

### СТРЕЛКИ ЧАСОВ

---

В полдень часовая, минутная и секундная стрелки часов совпадают в одной точке циферблата. Чуть больше, чем через час и пять минут, часовая и минутная стрелки совпадут снова. Найдите с точностью до миллисекунды время, когда они совпадут.

Какой угол с ними будет в это время составлять секундная стрелка?

### Решение

Эту задачу можно решить несколькими способами, но мне больше всего нравится следующий, наиболее простой. Данная ситуация (когда часовая и минутная стрелки совпадают) повторяется 11 раз каждые 12 часов. Нетрудно догадаться, что отметка  $1/11$  окружности циферблата находится на моменте времени  $1:05:27,273$ , то есть секундная стрелка будет стоять на отметке  $27,273$  сек. Угол между часовой и секундной стрелкой в таком случае составит  $131$  градус.

### БАССЕЙН

---

К бассейну подходят четыре трубы, по которым через краны можно контролировать скорость заполнения бассейна. Открыв первый кран, можно заполнить бассейн за 2 дня, второй – за 3 дня, третий – за 4 дня и четвёртый – за 6 часов.

Сколько понадобится времени, чтобы наполнить бассейн, открыв все четыре крана одновременно?

### Решение

Поскольку в сутках 24 часа, первый кран за час наполнит  $1/48$  бассейна, второй кран –  $1/72$ , третий кран –  $1/96$ , а четвертый наполнит бассейн на  $1/6$ . Отсюда получаем:  $(6+4+3+48) / 288 = 61/288$ . Бассейн наполнится через  $288/61$  часов, то есть через 4ч, 43мин и примерно 17сек.

## ПЕРЕЕЗД ЧЕРЕЗ ПУСТЫНЮ

Военный автомобиль с важным посланием должен пересечь пустыню. Однако полного бензобака хватает только на половину пути. В распоряжении военной базы имеется несколько таких автомобилей, и бензин можно перекачивать из одного бака в другой. Никакими канистрами и тросами они воспользоваться не могут. Как доставить сообщение, не бросая ни одного автомобиля в пустыне? (Попробуйте для наглядности проиграть ситуацию с игрушечными машинками.)

### Решение

Всего понадобится 4 машины, включая ту, в которой находится ценное послание (та, что доедет до середины пустыни). Чтобы она пересекла пустыню и достигла места назначения, надо будет на середине пути заново заполнить бензобак под горлышко. Путь от военной базы (где машины и бензин) до середины пустыни можно условно поделить на три части. Каждая из трех вспомогательных машин короткими «перебежками» между условными отметками и базой сможет при каждой поездке сливать треть бензобака в другую вспомогательную машину, находящуюся ближе к главной машине. За несколько поездок туда-сюда методом эстафеты вспомогательные машины, в конечном счёте, смогут полностью заправить главную машину, чтобы та смогла продолжить свой путь через вторую половину пустыни.

## АВИОТУР

На одной далёкой планете есть только один аэропорт, находящийся на Северном полюсе. В распоряжении аэропорта имеются 3 самолёта и неограниченное количество горючего. Бака самолёта хватает ровно до Южного полюса. Самолёты имеют возможность дозаправляться (перекачивать горючее из одного в другой), находясь в полёте.

Как самолёт может облететь вокруг планеты так, чтобы все самолёты вернулись в аэропорт?

### Решение

Мысленно разделите весь путь от полюса до полюса на три части (от Северного полюса до Южного полюса 3 части. И от Южного полюса до Северного полюса 3 части). Стратегия состоит в следующем.

Шаг №1. Два самолёта летят до первой трети пути, один из них дозаправляет второй и поворачивает назад, а второй продолжает лететь до отметки  $2/3$  пути.

Шаг №2. Два самолёта вновь вылетают из аэропорта до первой третьей пути. Один из них дозаправляет второй и поворачивает назад, а второй продолжает путь до отметки  $2/3$  пути.

Шаг №3. На отметке  $2/3$  пути теперь два самолёта, бензобаки каждого заполнены на  $2/3$ . Один из них дозаправляет второй и отправляется назад до отметки в  $1/3$  пути, где его встречает и дозаправляет  $1/3$  своего топлива третий самолёт из аэропорта, оба летят обратно в аэропорт. В это время самолёт, бывший на отметке  $2/3$  пути, с полным баком летит дальше, насколько это возможно (он пролетит над Южным полюсом, обогнет планету и долетит до отметки последней  $1/3$  пути до аэропорта).

Шаг №4. Остальные действия очевидны. Из аэропорта вылетает ещё один самолёт (на этот раз в противоположном направлении, то есть навстречу обогнувшему планету самолёту), чтобы поделиться  $1/3$  своего топлива с основным самолётом и вместе с ним вернуться в аэропорт.

## ВОЛШЕБНЫЙ ПОЯС

Волшебный пояс, исполняющий желания хозяина, уменьшается в два раза в длину и в 3 раза в ширину после каждого исполненного желания. После исполнения трёх желаний площадь лицевой стороны стала 4см<sup>2</sup>.

Какова была изначальная длина ремня, если его изначальная ширина была 9 см?

### Решение

Изначальная длина пояса – 96см.

## БОЛДВИЛ

У всех жителей города Болдвил разное количество волос на голове. Нет ни одного жителя, у которого было бы точно 518 волос на голове. Население города превышает число волос на голове любого из жителей Болдвил. Каково максимально возможное население города Болдвил?

### Решение

Максимальное количество жителей города составляет 518 человек. Причем один из жителей обязательно должен быть лысым, иначе в городе не будет ни одного человека.

## НЕВЕРНЫЕ ЖЁНЫ

Антрополог, изучавший племя в отдалённом уголке джунглей Амазонки, обнаружил странный обычай. Когда муж узнавал, что его жена изменяет, он должен был публично её казнить в полночь того же дня. Про любую женщину, изменяющую мужу, всегда знали все жители племени, кроме её мужа. Но мужу никто никогда не рассказывал об изменах его жены, потому что это противоречило кодексу чести. Тот же кодекс чести не позволял жёнам известить ту жену, чей муж был ей неверен. В противном случае она в тот же вечер пристрелила бы своего мужа. В день своего отъезда антрополог созвал всех представителей племени и объявил: «Я знаю, что в этом племени есть неверные жёны». И на девятый день все неверные мужья были казнены. Сколько было неверных мужей?

### Решение

Если принять количество неверных мужей за число « $n$ », то количество неверных мужей, известных каждой жене неверного мужа, составляет « $n-1$ » (потому что всем обо всём точно известно – только о верности собственного мужа приходится догадываться). Теперь построим следующую логическую цепочку.

Предположим, что количество неверных мужей равно единице. Тогда всем, кроме одной, жёнам известно, что среди жителей есть один неверный муж, в то время как жена этого неверного мужа уверена, что все мужья верны своим жёнам. Как только она услышит, что среди жителей есть как минимум один неверный муж, она тут же поймёт, что может быть только её муж, поэтому в тот же вечер она его незадумываясь застрелит.

А теперь представьте, что среди жителей есть два неверных мужа. Каждая жена таких неверных мужей уверена, что среди жителей есть только один неверный муж, поэтому ждёт, пока какая-нибудь из жён пристрелит своего мужа. Но в этот вечер никто никого не застрелил, а это может означать только одно: её СОБСТВЕННЫЙ муж ей ТОЖЕ неверен и является ВТОРЫМ неверным мужем в племени. Первая жена первого неверного мужа приходит к точно таким же выводам (она также ждала, что кто-то из жён застрелит своего мужа). Таким образом, обе оскорбленные жены в первый же вечер понимают, что их мужья им изменяют, и на следующий вечер (второго дня) пристреливают обоих мужей.

Следуя этой логике, нетрудно догадаться, что количество неверных мужей « $n$ » будут пристрелены в « $n$ »-ный вечер.

$$1 = 2$$

Найдите ошибку в математических выкладках:

$$\begin{aligned}
 x &= 2 \\
 x(x-1) &= 2(x-1) \\
 x^2 - x &= 2x - 2 \\
 x^2 - 2x &= x - 2 \\
 x(x-2) &= x - 2 \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

### Решение

Равенство решено верно, но упущена одна маленькая деталь. Необходимо сделать оговорку, что «х» не равно «у», потому как иначе возникнет необходимость деления на ноль, а из курса математики мы помним, что на ноль делить нельзя.

## 9 ТОЧЕК

Соедините 9 точек четырьмя прямыми линиями, не отрывая руки и не обводя линий.

**В этих задачках по алгебре, ваша цель состоит в том, чтобы заменить те же буквы в те же цифры, чтобы математические операции правильно.**

SEND  
 MORE  
 ----  
 MONEY

### Решение

$$9567 + 1085 = 10652$$

$$ALFA + BETA + GAMA = DELTA$$

### Решение

$$\begin{aligned}
 5795 + 6435 + 2505 &= 14735 \\
 5305 + 2475 + 6595 &= 14375
 \end{aligned}$$

$$ABCB - DEFC = GAFB$$

$$\begin{array}{r}
 : \quad + \quad - \\
 DH \times AB = IEI
 \end{array}$$

$$GGE + DEBB = DHDG$$

### Решение

$$A=3, B=8, C=0, D=1, E=4, F=5, G=2, H=7, I=6$$

$$IFIB - EBG = CEH$$

$$\begin{array}{r}
 - \quad - \quad + \\
 CCE / GD = FE
 \end{array}$$

$$EFF + EED = CBA$$

### Решение

$$A=9, B=7, C=8, D=6, E=4, F=3, G=2, H=5, I=1$$

$$RE + MI = FA$$

$$DO + SI = MI$$

$$LA + SI = SOL$$

**Решение**

$$27 + 56 = 83$$

$$40 + 16 = 56$$

$$93 + 16 = 109$$

$$SEVEN + SEVEN + SIX = TWENTY$$

**Решение**

$$68782 + 68782 + 650 = 138214$$

$$Z = 4$$

MOST

MOST

-----

TORZO

**Решение**

$$6271 + 6271 = 12542$$

SINUS

SINUS

KOSINUS

-----

TANGENS

**Решение**

$$58725 + 58725 + 3958725 = 4076175$$

KAJAK

KAJAK

KAJAK

KAJAK

KAJAK

KAJAK

-----

VESLO

**Решение**

$$15451 * 6 = 92706$$

$$DVA * DVA = STYRI$$

$$D + V + A + D + V + A = S + T + Y + R + Y$$

**Решение**

$$209 * 209 = 43681$$

$$2 + 0 + 9 + 2 + 0 + 9 = 4 + 3 + 6 + 8 + 1$$

$$(AA)^B = ABBA$$

**Решение**

$$11^3 = 1331$$

$$ABC + DEF = GHIJ$$

**Решение**

$$437 + 589 = 1026$$

$$743 + 859 = 1602$$

$$ABC \times DEF = 123\,456, A = 1$$

**Решение**

$$192 \times 643 = 123456$$

$$ABCD \times D = DCBA$$

**Решение**

$$1089 \times 9 = 9801$$

$$ABCD \times E = DCBA$$

**Решение**

$$2178 \times 4 = 8712$$

$$ABCDEF \times 3 = BCDEFA$$

**Решение**

$$285714 \times 3 = 857142$$

$$142857 \times 3 = 428571$$

$$THC = (T + H + C) \times T \times H \times C$$

**Решение**

$$135 = (1 + 3 + 5) \times 1 \times 3 \times 5$$

$$A^L = LEBKA$$

**Решение**

$$5^7 = 78125$$

$$KOV \times KOV = DEDKOV$$

**Решение**

$$376 \times 376 = 141376$$

$$(J+O+I+N+T)^3 = JOINT$$

**Решение**

$$(1+9+6+8+3) \times (1+9+6+8+3) \times (1+9+6+8+3) = 19683$$

## ВЗВЕШИВАНИЕ СЛОЖНЫМ СПОСОБОМ

У вас 27 монет, каждая по 10 грамм, кроме одной. Эта монета весит либо 9, либо 11 грамм (т.е. легче или тяжелее на 1 грамм). Вы должны использовать балансирующие весы, которые сравнивают вес в двух чашах. Вы можете получить ответ, только сравнивая вес групп монет. Какое минимальное число взвешиваний вам понадобится, чтобы гарантированно определить неравную монету?

### Решение

Если у вас есть простая шкала, мой ответ - 9.

Сначала разделите монеты на 3 стопки по 9.

Измеряйте 2 стопки за раз, пока не найдете пару, равную по массе. Это может занять до 3 попыток, но, если вам повезет, вы можете получить его с первой попытки.

Положите стопки монет одинаковой массы в сторону.

Повторите процесс на этот раз с 3 стопками по 3 монеты, максимум 3 измерения.

Повторите процесс на этот раз с 3 оставшимися монетами, найдите две одинаковые, оставшаяся монета имеет другую массу.

Если вы очень удачливы, вы можете сделать только 4 измерения, 3, чтобы исключить равные пары, и 1, чтобы сравнить последнюю монету с остальными.

9 - это самое большее, что вам нужно сделать эффективным способом, и в любой момент вы можете наблюдать, что неравная куча имеет большую или меньшую массу.

## ШАПКИ СМЕРТНИКОВ

Вы один из 20 заключенных, приговоренных к смертной казни, назначенной на завтра. Король вашей страны – беспощадный человек, любящий играть судьбами людей. Сегодня он приходит в вашу камеру и говорит:

«Я даю вам всем один шанс завтра освободиться. Вас выстроят в очередь перед палачом и на каждого из вас наденут шапку, красную или черную. Конечно же, вы не сможете видеть цвет вашей шапки; вы только сможете видеть заключенных перед вами; вам нельзя будет разговаривать либо касаться друг друга.

Заключенный в конце очереди будет видеть 19 остальных заключенных перед ним. Тот, кто будет перед ним, сможет видеть 18 остальных и т.д.

Начиная с последнего в очереди, того, кто сможет видеть всех остальных, будет задан вопрос: Какого цвета твоя шапка?

Ему можно будет только ответить «черная» или «красная». Если он скажет хоть еще одно слово, вас ВСЕХ сразу же казнят.

Если он угадает цвет его шапки, его отпустят на волю, если нет, то его казнят. А мы продолжим задавать вопрос следующим в очереди...

Ну что, до завтра, везунчики! Ха-ха-ха!»

Пользуясь своей свободой общения этой ночью, можете ли вы найти способ гарантировать свободу некоторых заключенных? Если да, то скольких именно?

### Решение

Начиная с последнего человека в ряду, того, кто может видеть всех перед собой, ему будет задан простой вопрос: ЧТО ТАКОЕ ЦВЕТ ВАШЕЙ ШЛЯПЫ?

Ему будет разрешено отвечать только «ЧЕРНЫЙ» или «КРАСНЫЙ». Если он скажет что-нибудь еще, вы ВСЕ будете казнены немедленно.

Если он угадает правильный цвет шляпы на голове, он будет освобожден, в противном случае он будет казнен. И мы переходим к тому, кто перед ним, и задаем ему тот же вопрос и т.д.

Я предполагаю, что вы думаете, что заключенный № 20 скажет следующему заключенному цвет его шляпы, но если все заключенные сделают то же самое, только заключенный № 1 сможет определить свой собственный цвет шляпы. У всех остальных будет 50% шанс.

Чтобы гарантировать свободу 10 заключенным, № 20 скажет цвет № 19, № 18 скажет цвет № 17 и т. д.

### **ЛЖЕЦ, ПРАВДИВЫЙ И ИНОГДА ГОВОРЯЩИЙ ПРАВДУ**

---

Есть три человека – один всегда говорит правду, один всегда врет, и один, который иногда правдив, а иногда врет. Каждый из них знает, кто есть кто. Вы можете задать 3 вопроса, чтобы определить, кто из них кто, но ответы должны быть только «да» или «нет». Каждый вопрос должен быть адресован только одному из трех человек. Вы можете задавать один и тот же вопрос дважды, но это будет входить в счет ваших трех вопросов. Какие вопросы вы бы задали и кому?

#### **Решение**

Есть рассказчик правды (всегда говорит правду), лжец (всегда лжет), и тот, кто иногда отвечает правдиво, а иногда лжет. Каждый человек знает, кто есть кто. Вы можете задать три вопроса «да» или «нет», чтобы определить, кто есть кто. Каждый раз, когда вы задаете вопрос, он должен быть адресован только одному из мужчин (по вашему выбору). Вы можете задавать один и тот же вопрос более одного раза, но, конечно, он будет учитываться при подсчете суммы. Какие у вас вопросы и кому вы их зададите?

Спросите двух мужчин, если они мужчины.

Вы обязательно спросите другого человека, если он (под другим я имею в виду человека, который лжет и говорит правду).

Так как он может сделать и то, и другое, я уверен, что да, да. Так будет и с правдой.

Если он говорит «нет», значит, ты знаешь, кто такой лжец.

Если оба скажут «да», значит, ты все еще знаешь, кто такой лжец.

Спросите лжеца, является ли первый рассказчиком правды, а второй - лжецом (первый и второй - это те, кто явно не лжец).

Если он говорит «да», то все наоборот. Если он говорит «нет», то вы правы.

Опять же, это предполагает, что человек, который может сказать правду или ложь, предпочтет сказать правду и сказать, что он человек. Если он этого не сделает, то это может сработать, если вы спросите нужных людей. Но просить правильных было бы случайно и не было бы воспроизводимо эффективным.

### **ПРАВИЛЬНАЯ УПАКОВКА**

---

На всех трех коробках наклеены неправильные этикетки. Ваша задача это исправить. Этикетки наклеены таким образом:

Коробка № 1 «гвозди».

Коробка № 2 «болты».

Коробка № 3 «гвозди и болты».

Чтобы получить нужную информацию для того, чтобы поменять этикетки, вы можете достать один предмет из одной из коробок. Вы не можете заглянуть в коробку либо поднять и потрясти их, и т.д.

Можно ли это сделать? Если да, то как? Если нет, то почему?

#### **Решение**

Сначала вытяните из (коробки 3) гвозди или болты. Вы получите или гвоздь или болт. Вы пометите это как то, что вы когда-либо вытянули. Допустим, это гвоздь. Гвозди (коробка 1) не могут содержать гвозди, поэтому они должны содержать болт. Болты (коробка 2) должны быть там для смеси. Короче:

Коробка № 1 «болты».

Коробка № 2 «гвозди и болты».

Коробка № 3 «гвозди».

Удалить объект из коробки три. Если это гвоздь, то вы можете безопасно разместить наклейку с гвоздем на коробке 3. Поскольку все коробки неправильны, мы знаем, что в коробке 1 нет гвоз-

дей, поэтому это должны быть гвозди или болты, из-за чего коробка 2 остается гвоздями. Если вы выберете гвоздь из коробки 3, просто перенесите вышесказанное в соответствие.

## **ОДНА ДЕВОЧКА – ОДИН МАЛЬЧИК**

---

Коля и Наташа – супружеская пара, у которых двое детей, одна из них девочка. Предположим, что вероятность каждого пола – ?

Какова вероятность того, что второй ребенок тоже девочка?

Подсказка: Вероятность не ?, как вы бы сначала подумали.

«Что делать?» (Автомобиль и два барана)

Вы участвуете в игровом шоу и в студии находятся три двери. Ведущий говорит вам, что за одной из дверей – автомобиль, а за двумя другими – два барана. Если вы угадаете дверь с машиной, то вы забираете машину. После того, как вы выбираете дверь, ведущий открывает другую дверь, за которой вы видите барана, и предлагает вам изменить ваш выбор. Что вы будете делать?

Подсказка: Шансы не 50 на 50, как можно сначала подумать.

### **Решение**

У них двое детей, один из них девочка, какова вероятность того, что другой ребенок тоже девочка.

Предположим, что переносимость каждого пола равна  $1/2$ .

Ответ:  $1/3$

Это известный вопрос в понимании условной вероятности, который просто означает, что, учитывая некоторую информацию, вы сможете получить более точную оценку.

Ниже приведены возможные комбинации двух детей, которые образуют пробное пространство в любой земной семье:

Девушка - Девушка

Девочка Мальчик

Мальчик девочка

Мальчик - Мальчик

Поскольку мы знаем, что один из детей - девочка, мы исключим возможность «Мальчик-мальчик» из пробного пространства.

Это оставляет только три возможности, одна из которых - две девушки. Следовательно, вероятность составляет  $1/3$

## **КАК ЭТО ВОЗМОЖНО?**

---

Человек пробегает одну милю на юг, милю на запад и милю на север и прибегает в то самое место, откуда он начал!

Но главная загадка в том, что существует бесконечное множество ответов на то, откуда человек может начать бежать. Объясните.

### **Решение**

Северный полюс.